Sapienza
Università di Roma

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it

Slides A.4 (S.A.4)

Analisi dei requisiti

Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale

Versione 2024-02-08

Indice

Queste slide sono composte dalle seguenti sottounità:

Indice (2)

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it

Slides A.4.1 (S.A.4.1)

Analisi dei requisiti

Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale

Introduzione

Versione 2024-02-08

FOL nell'Analisi Concettuale

Lo schema concettuale dell'applicazione consiste in:

1. Diagramma UML delle classi
2. Specifica delle operazioni di classe
3. Vincoli su oggetti e link, esterni al diagramma delle classi
4. Diagramma UML degli use-case
5. Specifica delle operazioni di use-case

Abbiamo visto come sia pericoloso, soprattutto per sistemi complessi, limitarsi ad usare il linguaggio naturale per definire 3., 2. e 5.

Il linguaggio naturale è potenzialmente:

- Ambiguo
- Omissivo
- Contraddittorio
- Poco leggibile.

Anche l'interpretazione dei diagrammi può risultare ambigua, se non si associa una semantica precisa ai diversi costrutti.

FOL nell'Analisi Concettuale: Obiettivi

1. Associare una semantica precisa (usando la logica del primo ordine, FOL, opportunamente estesa) ai diagrammi delle classi
(ignoreremo i diagrammi degli use-case, sempre molto semplici)

2. Utilizzare la logica del primo ordine (FOL, opportunamente estesa) per definire tutto ciò che, nello schema concettuale, non è definibile mediante diagrammi:
   - Vincoli sui dati, esterni al diagramma delle classi
   - Specifiche delle operazioni di classe e di use-case

FOL nell'Analisi Concettuale: sommario

Vedremo come:

- Un diagramma UML delle classi rappresenta una formula Φ in logica del primo ordine (FOL) i cui modelli definiscono tutti e soli i livelli estensionali legali degli oggetti e dei link.
- Il linguaggio diagrammatico può allora essere considerato come uno strumento user-friendly per la definizione della formula logica Φ che definisce la struttura dei dati/operazioni di interesse.
- Il vocabolario di Φ prevede simboli di predicato e di funzione che dipendono dal nome dei costrutti (classi, associazioni, attributi, domini, etc.) del diagramma delle classi.
- ...

FOL nell'Analisi Concettuale: sommario (2)

Vedremo come:

- ...
- I vincoli sui dati non esprimibili nel diagramma delle classi possono essere espressi direttamente in logica mediante una formula Ψ (sullo stesso vocabolario di Φ) che va intesa in and con Φ e quindi restringe l'insieme dei modelli che definiscono tutti e soli i livelli estensionali legali degli oggetti e link:

$$\begin{array}{c}\text{Interpretazione } M \text{ rappresenta} \\ \text{un livello estensionale degli oggetti e link legale}\end{array} \iff M \models \Phi \wedge \Psi.$$

- Anche la specifica di un'operazione di classe o use-case in termini di precondizioni e postcondizioni può essere caratterizzata mediante la logica, usando lo stesso vocabolario di Φ.

FOL nell'Analisi Concettuale: sommario (3)

Conseguenze:

- Lo schema concettuale dell'applicazione può essere considerato come definito interamente in logica e quindi non ambiguo e univocamente interpretabile.
- È possibile dimostrare formalmente proprietà strutturali dello schema concettuale, prima delle fasi di progettazione e di implementazione.

Sapienza Università di Roma

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it

Slides A.4.2 (S.A.4.2)

Analisi dei requisiti
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Alfabeto

Versione 2024-02-08

Semantica dello schema concettuale in logica

Purtroppo non esiste una semantica formale per la totalità dei costrutti e dei diagrammi UML.

Un diagramma UML delle classi con i costrutti visti in questo corso ha invece una semantica formale.

Dunque, per quanto ci riguarda, un diagramma delle classi è una specifica formale degli oggetti di interesse per un certo dominio applicativo, della loro struttura, delle loro articolazioni e dei legami tra loro.

Semantica dello schema concettuale in logica (2)

Mostreremo come:

- un diagramma delle classi definisca una formula Φ in logica del primo ordine (first-order logic, FOL), che esprime vincoli sui livelli estensionali ammessi (legali) per lo schema concettuale.

  Interpretazione M rappresenta un livello estensionale legale per il diagramma delle classi $\iff$ $M \models \Phi$.

  La formula Φ sarà una congiunzione (and) di blocchi di formule, ognuno dei quali definisce la semantica di ogni modulo (classi, associazioni, attributi, domini, generalizzazioni, vincoli di identificazione, vincoli di molteplicità) presente nel diagramma delle classi
- la specifica di ogni operazione di classe o di use-case può essere definita formalmente utilizzando opportune estensioni di FOL.

Alfabeto

La formalizzazione di uno schema concettuale sarà definita su un certo alfabeto FOL, ovvero (oltre che i connettivi logici, i quantificatori, etc. e un certo numero di variabili):

- su un certo insieme di simboli di predicato $\mathcal{P}$ e
- su un certo insieme di simboli di funzione $\mathcal{F}$.

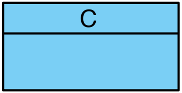
I simboli di predicato in $\mathcal{P}$ (con le loro arità) sono univocamente definiti dal nome dei diversi moduli e costrutti presenti nel diagramma delle classi (in particolare, dai nomi delle classi, associazioni, attributi, domini, operazioni di classe) e nel diagramma degli use-case (operazioni di use-case).

I simboli di funzione in $\mathcal{F}$ (con le loro arità) sono univocamente definiti dalle operazioni necessarie per operare sui valori dei domini.

Come al solito, assumeremo che tra i simboli di predicato $\mathcal{P}$ ci sia il simbolo binario di uguaglianza $=/2$ la cui semantica è fissata.

Simboli di predicato per le classi

Ogni classe C presente nel diagramma delle classi definisce il simbolo di predicato unario C/1.



$\mathsf{C}/1 \in \mathcal{P}$

In ogni modello M della formula Φ che definisce un livello estensionale legale per lo schema concettuale, le istanze della classe C saranno rappresentate dagli elementi x del dominio di interpretazione di M tali che $\mathsf{C}(x) = \mathsf{true}$.

Simboli di predicato per le classi (2)

Esempio

Supponiamo che un diagramma delle classi definisca le classi:

- Persona
- Azienda.

La formula FOL Φ definita dal diagramma conterrà occorrenze dei simboli di predicato Persona/1 e Azienda/1. Quindi:

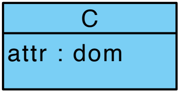
$$\mathcal{P} = \{\ldots, \text{Persona}/1, \text{Azienda}/1, \ldots\}.$$

Un modello M di Φ definirà (tra l'altro):

- l'estensione del simbolo di predicato Persona, ad es.: $M(\text{Persona}) = \{\alpha, \beta\}$ (tutte e sole le istanze della classe Persona)
- l'estensione del simbolo di predicato Azienda, ad es.: $M(\text{Azienda}) = \{\gamma, \delta\}$ (tutte e sole le istanze della classe Azienda).

Simboli di predicato per domini

Ogni dominio dom utilizzato nello schema concettuale definisce il simbolo di predicato unario dom/1.



$$\text{dom}/1 \in \mathcal{P}$$

In ogni modello M della formula Φ, i valori del dominio dom saranno rappresentati dagli elementi d del dominio di interpretazione di M tali che $\text{dom}(d) = \text{true}$.

Simboli di predicato per domini (2)

Esempio

Supponiamo che uno schema concettuale menzioni (ad es., come tipo di un attributo di classe) i domini intero e data.

La formula FOL Φ conterrà occorrenze dei simboli di predicato intero/1 e data/1. Quindi:

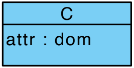
$$\mathcal{P} = \{\ldots, \mathsf{Intero}/1, \mathsf{Data}/1, \ldots\}.$$

Un modello M di Φ definirà (tra l'altro):

- l'estensione del simbolo di predicato Intero/1
- l'estensione del simbolo di predicato Data/1

Simboli di predicato per attributi di classe

Per ogni attributo attr di una classe del diagramma delle classi definisce il simbolo di predicato binario attr/2.



$$\text{attr}/2 \in \mathcal{P}$$

In ogni modello M della formula Φ, i valori dell'attributo attr per l'istanza c di C saranno rappresentati dagli elementi v del dominio di interpretazione di M tali che $\text{attr}(c, v) = \text{true}$.

Nota: Perché non utilizziamo simboli di funzione per formalizzare attributi?

Simboli di predicato per attributi di classe (2)

Esempio

Supponiamo che un diagramma delle classi definisca la classe Persona con l'attributo email:Stringa.
La formula FOL Φ conterrà occorrenze del simbolo di predicato email/2.
Quindi:

$$\mathcal{P} = \{\ldots, \mathrm{email}/2, \ldots\}.$$

Un modello M di Φ definirà (tra l'altro) l'estensione del simbolo di predicato email/2, ad es.:

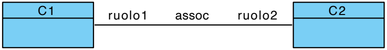
$$M(\mathrm{email}) = \left\{ \begin{array}{l} \ldots, (\alpha, \mathrm{alpha@mymail.com}), \\ (\alpha, \mathrm{alpha2@hismail.com}), (\beta, \mathrm{b@yourmail.com}) \ldots \end{array} \right\}$$

(tutti e soli i valori dell'attributo email per le diverse istanze di Persona)

Nota: se usassimo simboli di funzione per formalizzare attributi, non potremmo supportare attributi multivalore

Simboli di predicato per associazioni tra due classi

Ogni associazione assoc (tra le classi C1 e C2, distinte o meno) presente nel diagramma delle classi definisce il simbolo di predicato binario assoc/2.



$$\mathrm{assoc}/2 \in \mathcal{P}$$

In ogni modello M della formula Φ, le istanze dell'associazione assoc saranno rappresentate dalle coppie $(\mathrm{ruolo}_1 : c_1, \mathrm{ruolo}_2 : c_2)$ del dominio di interpretazione di M tali che $\mathrm{assoc}(c_1, c_2) = \mathrm{true}$.

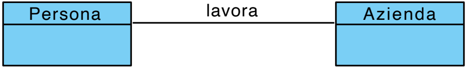
L'ordine degli argomenti è definito dall'ordine lessicografico dei nomi dei ruoli.

L'idea si generalizza ad associazioni che si attestano su altre associazioni.

Simboli di predicato per associazioni tra due classi (2)

Esempio

Supponiamo che un diagramma delle classi definisca l'associazione binaria lavora tra le classi Persona e Azienda.



La formula FOL Φ conterrà occorrenze del simbolo di predicato lavora/2. Quindi:

$$\mathcal{P} = \{\ldots, \text{lavora}/2, \ldots\}\,.$$

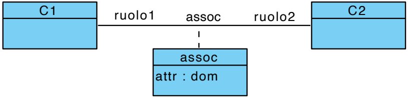
Un modello M di Φ definirà (tra l'altro) l'estensione del simbolo di predicato lavora/2, ad es.:

$$M(\text{lavora}) = \{(\text{azienda} : \gamma, \text{persona} : \alpha), (\delta, \alpha), (\delta, \beta)\}$$

(tutte e sole le istanze di lavora, ovvero aziende e persone che vi lavorano)

Simboli di predicato per attributi di associazione

Ogni attributo attr (di dominio dom) di una associazione assoc binaria del diagramma definisce il simbolo di predicato ternario attr/3.



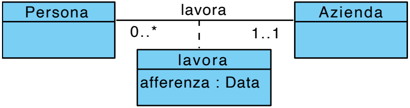
$\text{attr}/3 \in \mathcal{P}$

In ogni modello M della formula Φ, i valori v dell'attributo attr delle istanze $(\text{ruolo}_1 : c_1, \text{ruolo}_2 : c_2)$ dell'associazione assoc saranno rappresentati dalle terne (c_1, c_2, v) del dominio di interpretazione di M tali che $\text{attr}(c_1, c_2, v) = \text{true}$.

Simboli di predicato per attributi di associazione (2)

Esempio

Supponiamo che un diagramma delle classi definisca l'associazione binaria lavora tra le classi Persona e Azienda con attributo afferenza/data.



La formula FOL Φ conterrà occorrenze del simbolo di predicato afferenza/3. Quindi:

$$\mathcal{P} = \{\ldots, \text{afferenza}/3, \ldots\}\,.$$

Un modello M di Φ definirà (tra l'altro) l'estensione del simbolo di predicato afferenza/3, ad es.:

$$M(\text{afferenza}) = \{(\gamma, \alpha, 3/2/1992), (\delta, \alpha, 5/7/2003), (\delta, \beta, 1/10/1996)\}$$

(tutti e soli i valori di afferenza per tutte le istanze di lavora)

Simbolo di predicato "="

Come al solito, assumiamo che sia presente il simbolo di predicato binario di uguaglianza $=/2$, che useremo in forma infissa

La semantica del simbolo di predicato $=$ non è oggetto di interpretazione: ogni interpretazione *I* fissa l'estensione di questo simbolo di predicato alle coppie di elementi del dominio di interpretazione uguali

Esempio

Supponiamo che una interpretazione *I* definisca il dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma\}$.
L'estensione del predicato $=/2$ nell'interpretazione *I* è fissata a:

$$I(=) = \{(\alpha, \alpha), (\beta, \beta), (\gamma, \gamma)\}$$

Simboli per domini specializzati

Ogni dominio specializzato dom_spec utilizzato nello schema concettuale, specializzazione del dominio dom, definisce:

- un simbolo di pred. unario per dom_spec
- un simbolo di pred. unario per dom

$\{\text{dom}/1, \text{dom\_spec}/1\} \subseteq \mathcal{P}$

In ogni modello M della formula Φ, i valori dei domini dom e dom_spec saranno rappresentati dagli elementi d del dominio di interpretazione di M tali che, rispettivamente $\text{dom}(d) = \text{true}$ e $\text{dom\_spec}(d) = \text{true}$.

Esempio: Supponiamo che nello schema concettuale occorrano (ad es., come tipi di attributi di una qualche classe o associazione) i domini Intero $\geq$ 0 e 0..59.

La formula FOL Φ conterrà occorrenze dei simboli di predicato intero/1, "Intero $\geq$ 0"/1, "0..59"/1. Quindi:

$$\mathcal{P} = \{\ldots, \text{Intero}/1, \text{``Intero} \geq 0\text{''}/1, \text{``0..59''}/1, \ldots\}.$$

Simboli per campi di domini composti

Ogni dominio dom composto dai campi $\mathsf{f}_1/\mathsf{dom}_1, \ldots, \mathsf{f}_n/\mathsf{dom}_n$ definisce:

- un simbolo di predicato unario dom/1
- un simbolo di predicato unario per ogni dominio di ogni campo
- un simbolo di predicato binario per ogni campo.

Esempio: dominio dom = record(f_1 : dom_1, ..., f_n : dom_n):

$$\{\mathsf{dom}/1, \mathsf{dom}_1/1, \ldots, \mathsf{dom}_n/1, \mathsf{f}_1/2, \ldots, \mathsf{f}_n/2\} \subseteq \mathcal{P}$$

In ogni modello M della formula Φ:

- i valori dei domini $\mathsf{dom}, \mathsf{dom}_1, \ldots, \mathsf{dom}_n$ saranno rappresentati dagli elementi d del dominio di interpretazione di M tali che, rispettivamente $\mathsf{dom}(d) = \mathsf{true}$, $\mathsf{dom}_1(d) = \mathsf{true}$, ..., $\mathsf{dom}_n(d) = \mathsf{true}$.
- i valori dei campi $\mathsf{f}_1, \ldots, \mathsf{f}_n$ di un'istanza d del dominio dom saranno rappresentati dagli elementi $d'_1, \ldots, d'_n$ del dominio di interpretazione di M tali che $\mathsf{f}_1(d, d'_1) = \mathsf{true}$, ..., $\mathsf{f}_n(d, d'_n) = \mathsf{true}$.

Simboli per campi di domini composti (2)

Esempio

Supponiamo che in uno schema concettuale occorra il dominio Ora composto dai campi h/"0..23", m/"0..59" e s/"0..59".

La formula FOL Φ definita conterrà occorrenze dei simboli di predicato Ora/1, "0..23"/1, "0..59"/1, h/2, m/2, s/2.

Quindi:

$$\mathcal{P} = \{\ldots, \mathsf{Ora}/1, [0{,}23]/1, [0{,}59]/1, \mathsf{h}/2, \mathsf{m}/2, \mathsf{s}/2, \ldots\}.$$

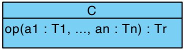
Un modello M di Φ definirà (tra l'altro) l'estensione di questi simboli di predicato. Ad esempio:

- $M(\mathsf{Ora}) = \{\alpha, \beta, \ldots\}$
- $M(0..23) = \{\gamma, \delta, \ldots\}$
- $M(0..59) = \{\gamma, \delta, \epsilon, \varphi, \ldots\}$
- $M(\mathsf{h}) = \{(\alpha, \gamma), (\beta, \delta), \ldots\}$
- $M(\mathsf{m}) = \{(\alpha, \delta), (\beta, \epsilon), \ldots\}$
- $M(\mathsf{s}) = \{(\alpha, \varphi), (\beta, \delta), \ldots\}$

Intuitivamente, M sta interpretando il valore α del dominio Ora come avere il valore γ per il campo h, δ per il campo m, φ per il campo s (ovvero α è l'ora $\gamma : \delta : \varphi$).

Simboli per operazioni di classe

Ogni operazione operaz() di una classe C avente n argomenti di tipi $T_1, \ldots,$ T_n ed un dominio di ritorno definisce un simbolo di predicato $(n+2)$-ario:



$$\mathsf{operaz}_{\mathsf{C},\mathsf{T_1},\ldots,\mathsf{T}_n}/(n+2) \in \mathcal{P}$$

Ogni modello M della formula Φ che definisce un livello estensionale legale per lo schema concettuale interpreterà la formula atomica $\mathsf{operaz}(\mathsf{c}, \mathsf{v}_1, \ldots, \mathsf{v}_n, \mathsf{v}_r)$ come: l'operazione operaz() della classe C, invocata sull'oggetto c e con argomenti $\mathsf{v}_1, \ldots, \mathsf{v}_n$ restituisce, tra eventuali altri, il valore v_r.

Nota: a causa della possibilità di overloading, dobbiamo formalizzare operazioni omonime, ma con argomenti diversi, con simboli di predicato diversi.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Simboli per operazioni di classe (2)

Esempio

Supponiamo che un diagramma delle classi definisca, nella classe Persona, l'operazione:

- progetti_di_budget_almeno(b:Intero $>$ 0) : Progetto [0..*]

La formula FOL Φ definita dal diagramma conterrà occorrenze dei simboli di predicato Persona/1, Progetto/1 e progetti_di_budget_almeno$_{\text{Persona},\text{Intero}>0}$/3.

Quindi:

$$\mathcal{P} = \left\{ \begin{array}{l} \ldots, \text{Persona}/1, \text{Progetto}/1, \text{Intero}/1, \text{“Intero} > 0\text{''}/1, \\ \text{progetti\_di\_budget\_almeno}_{\text{Persona},\text{Intero}>0}/3, \ldots \end{array} \right\}.$$

Simboli per operazioni di classe (3)

Un modello M di Φ definirà (tra l'altro):

- l'estensione del simbolo di predicato Persona, ad es.: $M(\text{Persona}) = \{\alpha, \beta\}$ (tutte e sole le istanze della classe Persona)
- l'estensione del simbolo di predicato Progetto, ad es.: $M(\text{Progetto}) = \{\gamma, \delta\}$ (tutte e sole le istanze della classe Progetto)
- l'estensione del simbolo di predicato Intero, ad es.: $M(\text{Intero}) = \{\epsilon, \phi, \lambda, \omega, \ldots\}$ (tutte e sole le istanze del dominio Intero)
- l'estensione del simbolo di predicato Intero$>$ 0, ad es.: $M(\text{Intero} > 0) = \{\phi, \omega, \ldots\}$ (tutte e sole le istanze del dominio "Intero $>$ 0")
- l'estensione del simbolo di predicato progetti_di_budget_almeno, ad es.: $M(\text{progetti\_di\_budget\_almeno}_{\text{Persona},\text{Intero}>0}) = \{(\alpha, \phi, \gamma), (\alpha, \phi, \delta), (\beta, \omega, \gamma), \ldots\}$ (tutte e sole le terne (x, y, z) di elementi del dominio tali che l'esecuzione dell'operazione su x con argomento y avrebbe z tra i suoi risultati).

Altri simboli

Il nostro obiettivo è usare FOL per esprimere conoscenza sul dominio applicativo non esprimibile mediante diagrammi.

In particolare:

- Vincoli sui dati non esprimibili nel diagramma delle classi
  Esempio: i direttori di dipartimento devono avere un'anzianità di servizio di almeno 5 anni

- Definizione delle funzionalità che il sistema dovrà offrire:
  Esempio: la segreteria didattica dovrà poter calcolare la media dei voti degli esami di ogni dato studente (operazioni di classe e/o use-case)

Altri simboli (2)

Per agevolare la modellazione di tale conoscenza in logica estenderemo:

- l'insieme dei simboli di predicato $\mathcal{P}$ con:
  - opportuni simboli per tutte le necessarie relazioni matematiche:
    $$\leq/2,\ </2,\ \geq/2,\ >/2, \text{ etc.}$$
    (che useremo, se opportuno, in forma infissa –zucchero sintattico)
  - opportuni simboli per tutte le operazioni di classe e di use-case (v. seguito)
- l'insieme dei simboli di funzione $\mathcal{F}$ con:
  - opportuni simboli per tutte le necessarie operazioni matematiche:
    $$+/2,\ -/2,\ */2,\ //2,\ |\cdot|/1,\ \text{sqrt}/1,\ \text{pow}/2,\ \log_2/1, \text{ etc.}$$
    (che useremo, se opportuno, in forma infissa –zucchero sintattico)

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it

Slides A.4.3 (S.A.4.3)

Analisi dei requisiti
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Semantica di un diagramma UML delle classi in FOL

Versione 2024-02-08

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it

Slides A.4.3.1 (S.A.4.3.1)

Analisi dei requisiti
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Semantica di un diagramma UML delle classi in FOL
Esempio di interpretazione

Versione 2024-02-08

Semantica di un diagramma delle classi in FOL: formula

Dato un diagramma delle classi, la formula Φ che ne definisce la semantica è, come visto, sul seguente alfabeto:

- Insieme dei simboli di predicato $\mathcal{P}$: simboli per classi, domini, associazioni, attributi, oltre a simboli per relazioni matematiche (ad es., $\leq, <, \geq, >$, etc.)
- Insieme dei simboli di funzione $\mathcal{F}$: simboli di costante per denotare valori di domini base, ad es., 0, 1, 2, etc. per gli interi, "uomo", "donna" per il dominio enumerativo Genere, etc. + simboli di funzione per operazioni matematiche (ad es., $+, -, *, /, |\cdot|$, etc.).

Semantica di un diagramma delle classi in FOL: formula (2)

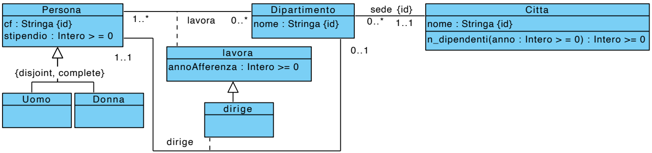
La formula Φ esprime dei vincoli che una interpretazione M deve soddisfare affinché rappresenti un livello estensionale legale del diagramma.

Quindi:

$$M \models \Phi \iff \text{M rappresenta un livello estensionale legale del diagramma delle classi.}$$

Esempio

La formula FOL Φ che definisce la semantica del seguente diagramma:

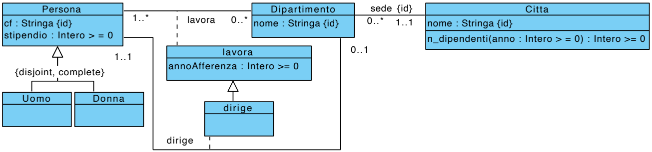


è definita sul seguente insieme di simboli di predicato e di funzione:

- $\mathcal{P}$ = { Persona/1, Uomo/1, Donna/1, Dipartimento/1, Citta/1, sede/2, lavora/2, dirige/2, cf/2, stipendio/2, annoAfferenza/3, nome/2 sede/2, n_dipendenti/3, Intero/1, "Intero $\geq$ 0"/1, Stringa/1, $\leq$/2, $<$/2, $\geq$/2, $>$/2, . . . }
- $\mathcal{F} = \{ +/2, -/2, */2,$ "/"$/2, \ldots \}$
  (oltre che costanti per gli elementi dei domini che compaiono in Φ, v. seguito)

Esempio

La formula FOL Φ che definisce la semantica del seguente diagramma:



Una possibile interpretazione I per la formula Φ che definisce la semantica del diagramma è:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - $I(\text{Persona}) = \{\alpha, \beta\}$
  - $I(\text{Uomo}) = \{\alpha, \delta\}$
  - $I(\text{Donna}) = \{\alpha, \gamma\}$
  - $I(\text{Dipart.}) = \{\gamma, \beta\}$
  - $I(\text{Citta}) = \{\alpha, \delta\}$
  - $I(\text{“intero} \geq 0\text{”}) = \{\alpha, \gamma\}$
  - $I(\text{stringa}) = \{\beta, \gamma\}$
  - $I(\text{sede}) = \{(\gamma, \alpha), (\gamma, \beta)\}$
  - $I(\text{lavora}) = \{(\alpha, \gamma)\}$
  - $I(\text{dirige}) = \{(\beta, \gamma)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

I rappresenta un livello estensionale legale per il diagramma?

Esempio

Interpretazione I:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Persona) $= \{\alpha, \beta\}$
  - I(Uomo) $= \{\alpha, \delta\}$
  - I(Donna) $= \{\alpha, \gamma\}$
  - I(Dipart.) $= \{\gamma, \beta\}$
  - I(Citta) $= \{\alpha, \delta\}$
  - I("intero ≥ 0") $= \{\alpha, \gamma\}$
  - I(stringa) $= \{\beta, \gamma\}$
  - I(sede) $= \{(\gamma, \alpha), (\gamma, \beta)\}$
  - I(lavora) $= \{(\alpha, \gamma)\}$
  - I(dirige) $= \{(\beta, \gamma)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

I rappresenta un livello estensionale legale per il diagramma?

I ha molti problemi, per esempio:

- definisce α essere sia una persona (al contempo sia uomo che donna) che una città che un intero ≥ 0
- definisce δ essere un uomo (ma non una persona) e una città
- definisce due sedi per il dipartimento γ (che, tra l'altro, è definito essere anche un intero ≥ 0 e una stringa)
- definisce β come direttore del dipartimento γ anche se non vi lavora
- ...

Semantica del diagramma UML delle classi in FOL (versione iniziale)

Mostreremo come un diagramma delle classi definisca una formula Φ in logica del primo ordine (first-order logic, FOL), che esprime vincoli sui livelli estensionali ammessi, impedendo ad interpretazioni come la precedente di esserne modello.

Dunque, la formula Φ garantisce che:

$$\begin{array}{c}\text{Interpretazione } M \text{ rappresenta} \\ \text{un livello estensionale legale del diagramma delle classi}\end{array} \iff M \models \Phi.$$

Pertanto, Φ definisce la semantica di un diagramma delle classi, perché permette di distinguere le interpretazioni che definiscono i livelli estensionali ammessi (modelli di Φ) dalle altre.

Semantica del diagramma UML delle classi in FOL (versione iniziale) (2)

La formula logica Φ definita da un diagramma delle classi è una congiunzione (and) di blocchi di formule, ognuno dei quali definisce la semantica di ogni modulo (classi, associazioni, attributi, domini, generalizzazioni, vincoli di identificazione, vincoli di molteplicità) presente nel diagramma.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it

Slides A.4.3.2 (S.A.4.3.2)

Analisi dei requisiti
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Semantica di un diagramma UML delle classi in FOL
Disgiunzione e Generalizzazione tra Classi, Associazioni e Domini

Versione 2024-02-08

Disgiunzione tra tipi e/o classi

Una prima tipologia di vincoli da definire in Φ impongono la disgiunzione tra domini e/o classi

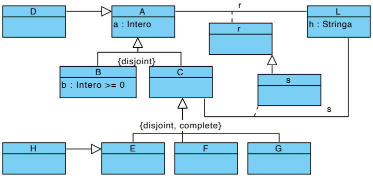
In particolare:

1. due classi diverse non appartenenti ad uno stesso DAG di generalizzazioni
2. due classi diverse appartenenti ad uno stesso DAG di generalizzazioni tali che il cammino che le congiunge passa per due classi figlie di una stessa generalizzazione {disjoint}
3. due domini diversi semanticamente disgiunti
4. una qualunque classe e un qualunque dominio

non devono avere istanze in comune

Disgiunzione tra tipi e/o classi: esempio

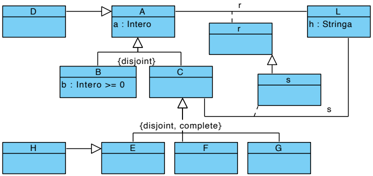
Non devono avere istanze in comune:



1. due classi diverse non appartenenti ad uno stesso DAG di generalizzazioni
   - $\forall x\ \mathrm{A}(x) \rightarrow \neg \mathrm{L}(x)$
   - $\forall x\ \mathrm{B}(x) \rightarrow \neg \mathrm{L}(x)$
   - ...
   - $\forall x\ \mathrm{H}(x) \rightarrow \neg \mathrm{L}(x)$

Disgiunzione tra tipi e/o classi: esempio

Non devono avere istanze in comune:

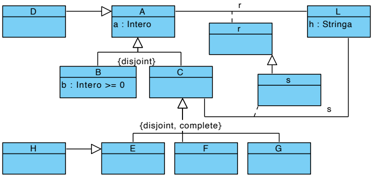


2. due classi diverse appartenenti ad uno stesso DAG di generalizzazioni tali che il cammino che le congiunge passa per due classi figlie di una generalizzazione {disjoint}

- $\forall x\ B(x) \to \neg C(x)$
- $\forall x\ B(x) \to \neg E(x)$
- $\forall x\ B(x) \to \neg F(x)$
- $\forall x\ B(x) \to \neg G(x)$
- $\forall x\ B(x) \to \neg H(x)$
- $\forall x\ E(x) \to \neg F(x)$
- $\forall x\ E(x) \to \neg G(x)$
- $\forall x\ F(x) \to \neg G(x)$
- $\forall x\ H(x) \to \neg F(x)$
- $\forall x\ H(x) \to \neg G(x)$

Disgiunzione tra tipi e/o classi: esempio

Non devono avere istanze in comune:

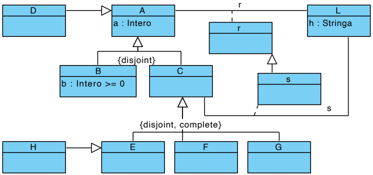


3. due domini diversi semanticamente disgiunti

- $\forall x$ Intero$(x) \rightarrow \neg$Stringa(x)
- $\forall x$ "Intero ≥ 0"$(x) \rightarrow \neg$Stringa(x)

Disgiunzione tra tipi e/o classi: esempio

Non devono avere istanze in comune:



4. una qualunque classe e un qualunque dominio

- $\forall x \; A(x) \; \rightarrow \neg \text{Intero}(x)$
- ...
- $\forall x \; L(x) \; \rightarrow \neg \text{Intero}(x)$

- $\forall x \; A(x) \; \rightarrow \neg \text{``Intero} \geq 0\text{''}(x)$
- ...
- $\forall x \; L(x) \; \rightarrow \neg \text{``Intero} \geq 0\text{''}(x)$

- $\forall x \; A(x) \; \rightarrow \neg \text{Stringa}(x)$
- ...
- $\forall x \; L(x) \; \rightarrow \neg \text{Stringa}(x)$

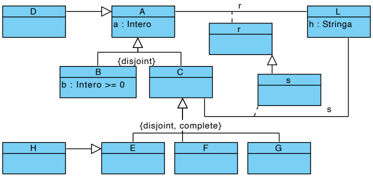
Generalizzazioni tra classi e tra associazioni

Un ulteriore insieme di vincoli da definire in Φ impone la relazione di sottoinsieme tra gli insiemi delle istanze di classi o associazioni e loro generalizzazioni

In particolare:

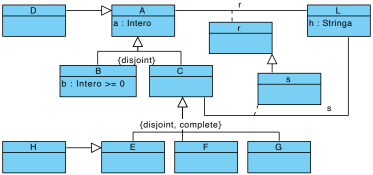
1. le istanze di una classe figlia di una generalizzazione sono anche istanze della classe base
2. le istanze di una associazione figlia di una generalizzazione sono anche istanze dell'associazione base

Generalizzazione tra tra classi e tra associazioni: esempio



1. Le istanze di una classe figlia di una generalizzazione sono anche istanze della classe base
   - $\forall x\ B(x) \rightarrow A(x)$
   - $\forall x\ C(x) \rightarrow A(x)$
   - $\forall x\ D(x) \rightarrow A(x)$
   - $\forall x\ E(x) \rightarrow C(x)$
   - $\forall x\ F(x) \rightarrow C(x)$
   - $\forall x\ G(x) \rightarrow C(x)$
   - $\forall x\ H(x) \rightarrow E(x)$

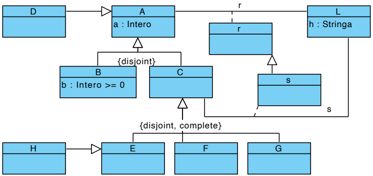
Generalizzazione tra tra classi e tra associazioni: esempio



2. Le istanze di una associazione figlia di una generalizzazione sono anche istanze dell'associazione base
   - $\forall x, y \; s(x, y) \; \rightarrow r(x, y)$

Generalizzazioni complete tra classi

Una ulteriore tipologia di vincoli da definire in Φ impongono la completezza nelle generalizzazioni {complete}



Ogni istanza di una classe base di una generalizzazione completa è istanza di (almeno) una delle classi figlie

- $\forall x\ C(x) \rightarrow E(x) \vee F(x) \vee G(x)$

Specializzazione di domini

Una ulteriore tipologia di vincoli da definire in Φ definiscono i simboli di predicato per i domini specializzati (ad es., dom_spec) in termini dei simboli di predicato per i relativi domini base (ad es., dom).

La forma generale per questi vincoli (che andranno in and con le altre sotto-formule di Φ) è:

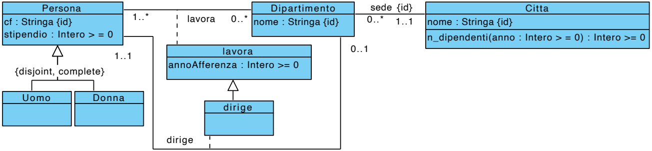
$$\forall x \, \text{dom\_spec}(x) \longleftrightarrow [\text{dom}(x) \;\wedge\; \text{“}x \text{ soddisfa il criterio di specializzazione”}]$$

Esempio:

- $\forall x$ “Intero ≥ 0”$(x) \longleftrightarrow [\text{Intero}(x) \;\wedge\; x{\geq}0]$
- $\forall x$ “0..59”$(x) \longleftrightarrow [\text{Intero}(x) \;\wedge\; x{\geq}0 \;\wedge\; x{\leq}59]$

Nota: stiamo usando $\longleftrightarrow$ per definire il simbolo dom_spec. Ogni interpretazione della formula Φ sarà costretta, per essere un modello, a definire l'estensione di dom_spec/1 come specificato dalla formula.

Esempio



La formula Φ che definisce la semantica del diagramma dovrà contenere, in and, le seguenti sotto-formule:

1. $\forall x$ Persona$(x) \rightarrow \neg$Dipartimento(x)
2. $\forall x$ Persona$(x) \rightarrow \neg$Citta(x)
3. $\forall x$ Persona$(x) \rightarrow \neg$"Intero $\geq$ 0"(x)
4. $\forall x$ Persona$(x) \rightarrow \neg$Intero(x)
5. $\forall x$ Persona$(x) \rightarrow \neg$Stringa(x)
6. $\forall x$ Uomo$(x) \rightarrow \neg$Donna(x)
7. $\forall x$ Uomo$(x) \rightarrow \neg$Dipartimento(x)
8. $\forall x$ Uomo$(x) \rightarrow \neg$Citta(x)
9. $\forall x$ Uomo$(x) \rightarrow \neg$"Intero $\geq$ 0"(x)
10. $\forall x$ Uomo$(x) \rightarrow \neg$Intero(x)
11. $\forall x$ Uomo$(x) \rightarrow \neg$Stringa(x)
12. $\forall x$ Donna$(x) \rightarrow \neg$Dipartimento(x)
13. $\forall x$ Donna$(x) \rightarrow \neg$Citta(x)
14. $\forall x$ Donna$(x) \rightarrow \neg$"Intero $\geq$ 0"(x)
15. $\forall x$ Donna$(x) \rightarrow \neg$Intero(x)
16. $\forall x$ Donna$(x) \rightarrow \neg$Stringa(x)
17. $\forall x$ Dipartimento$(x) \rightarrow \neg$Citta(x)
18. $\forall x$ Dipartimento$(x) \rightarrow \neg$"Intero $\geq$ 0"(x)
19. $\forall x$ Dipartimento$(x) \rightarrow \neg$Intero(x)
20. $\forall x$ Dipartimento$(x) \rightarrow \neg$Stringa(x)
21. $\forall x$ "Intero $\geq$ 0"$(x) \rightarrow \neg$Stringa(x)
22. $\forall x$ Intero$(x) \rightarrow \neg$Stringa(x)
23. $\forall x$ Uomo$(x) \rightarrow$ Persona(x)
24. $\forall x$ Donna$(x) \rightarrow$ Persona(x)
25. $\forall x$ Persona$(x) \rightarrow$ Uomo$(x) \lor$ Donna(x)
26. $\forall x, y$ dirige$(x, y) \rightarrow$ lavora(x, y)
27. $\forall x$ "Intero $\geq$ 0"$(x) \leftrightarrow$ [Intero$(x) \land x \geq 0$]

Esempio (2)

Questa definizione di Φ impedisce che l'interpretazione I vista in precedenza:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Persona) $= \{\alpha, \beta\}$
  - I(Uomo) $= \{\alpha, \delta\}$
  - I(Donna) $= \{\alpha, \gamma\}$
  - I(Dipart.) $= \{\gamma, \beta\}$
  - I(Citta) $= \{\alpha, \delta\}$
  - I("Intero $\geq$ 0") $= \{\alpha, \gamma\}$
  - I(Stringa) $= \{\beta, \gamma\}$
  - I(sede) $= \{(\gamma, \alpha), (\gamma, \beta)\}$
  - I(lavora) $= \{(\alpha, \gamma)\}$
  - I(dirige) $= \{(\beta, \gamma)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

sia un modello di Φ e quindi rappresenti un livello estensionale legale per il diagramma.

Ad esempio, la sotto-formula di Φ: $\forall x$ Persona$(x) \rightarrow \neg$Citta(x)
è violata per $x = \alpha$

Essendo Φ definita come un and delle sue sotto-formule, si ha: $I \not\models \Phi$.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

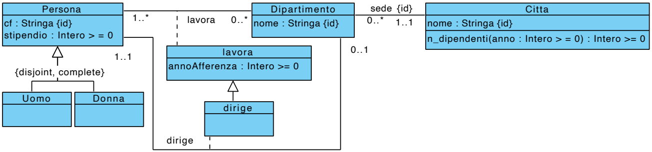
Prof. Toni Mancini
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it

Slides A.4.3.3 (S.A.4.3.3)

Analisi dei requisiti
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Semantica di un diagramma UML delle classi in FOL
Tipizzazione di Associazioni

Versione 2024-02-08

Esempio

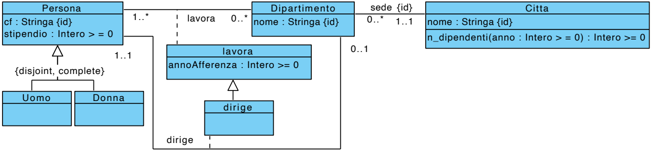


Consideriamo l'interpretazione I definita come segue:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - $I(\text{Pers.}) = \{\alpha, \beta\}$
  - $I(\text{Citta}) = \{\epsilon\}$
  - $I(\text{lavora}) = \{(\alpha, \beta)\}$
  - $I(\text{Dipar.}) = \{\gamma, \delta\}$
  - $I(\text{sede}) = \{(\gamma, \beta)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

L'interpretazione, correttamente, non assegna gli stessi elementi del dominio a predicati che definiscono classi e/o domini disgiunti

Esempio



Consideriamo l'interpretazione *I* definita come segue:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - $I(\text{Pers.}) = \{\alpha, \beta\}$
  - $I(\text{Citta}) = \{\epsilon\}$
  - $I(\text{lavora}) = \{(\alpha, \beta)\}$
  - $I(\text{Dipar.}) = \{\gamma, \delta\}$
  - $I(\text{sede}) = \{(\gamma, \beta)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

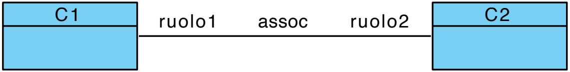
L'interpretazione non rappresenta ancora un livello estensionale legale per il diagramma, ad es. perché definisce i seguenti istanze di associazioni (link):

- (γ, β) (associazione sede) che lega un dipartimento ad una persona
- (α, β) (associazione lavora) che lega una persona ad una persona

Tipizzazione di associazioni tra due classi

Una ulteriore tipologia di vincoli da definire in Φ impone che:

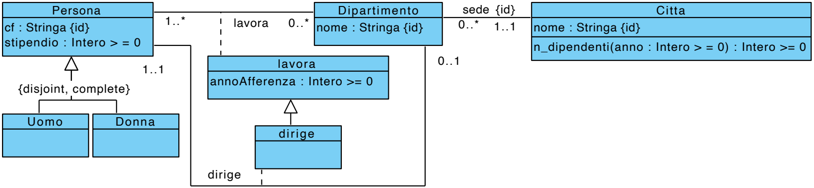
le coppie dell'estensione di un predicato che definisce una associazione assoc tra le classi C_1 e C_2 siano elementi del prodotto cartesiano $C_1 \times C_2$



$\Longrightarrow$ La formula Φ conterrà, in and, la seguente sotto-formula:

$$\forall c_1, c_2 \; \mathrm{assoc}(c_1, c_2) \;\rightarrow\; C_1(c_1) \wedge C_2(c_2)$$

Esempio



La formula Φ che definisce la semantica del diagramma ER dovrà contenere, in and, anche le seguenti sotto-formule (oltre alle precedenti):

- $\forall x, y \text{ lavora}(x, y) \rightarrow \text{Dipartimento}(x) \wedge \text{Persona}(y)$
- $\forall x, y \text{ dirige}(x, y) \rightarrow \text{Dipartimento}(x) \wedge \text{Persona}(y)$
- $\forall x, y \text{ sede}(x, y) \rightarrow \text{Citta}(x) \wedge \text{Dipartimento}(y)$

Esempio (2)

Questa definizione di Φ impedisce che l'interpretazione I vista in precedenza:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - $I(\text{Pers.}) = \{\alpha, \beta\}$
  - $I(\text{Citta}) = \{\epsilon\}$
  - $I(\text{lavora}) = \{(\alpha, \beta)\}$
  - $I(\text{Dipar.}) = \{\gamma, \delta\}$
  - $I(\text{sede}) = \{(\beta, \gamma)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

sia un modello di Φ e quindi rappresenti un livello estensionale legale per il diagramma.

Ad esempio, la sotto-formula di Φ:

$$\forall x, y \ \text{lavora}(x, y) \rightarrow \text{Dipartimento}(x) \land \text{Persona}(y)$$

è violata per $x = \beta$ e $y = \alpha$

Essendo Φ definita come un and delle sue sotto-formule, si ha: $I \not\models \Phi$.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

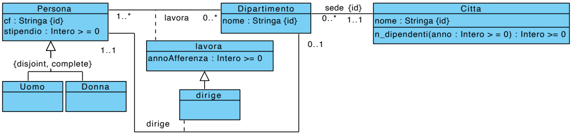
Prof. Toni Mancini
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it

Slides A.4.3.4 (S.A.4.3.4)

Analisi dei requisiti
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Semantica di un diagramma UML delle classi in FOL
Tipizzazione di Attributi

Versione 2024-02-08

Esempio



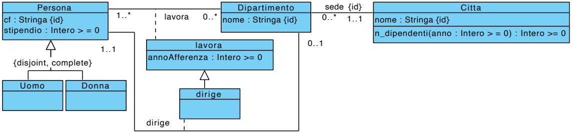
Consideriamo l'interpretazione I definita come segue:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(lavora)$=\{(\delta, \beta)\}$
  - I(stringa)$=\{\iota\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \beta, \iota)\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I("intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \beta), (\beta, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

L'interpretazione, correttamente:

- non assegna gli stessi elementi del dominio a predicati che definiscono classi e/o domini disgiunti ed è consistente con i vincoli dovuti alle generalizzazioni
- assegna, ai predicati che definiscono associazioni, ennuple le cui componenti sono istanze delle giuste classi

Esempio



Consideriamo l'interpretazione I definita come segue:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(lavora)$=\{(\delta, \beta)\}$
  - I(stringa)$=\{\iota\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \beta, \iota)\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I("intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \beta), (\beta, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

L'interpretazione non rappresenta ancora un livello estensionale legale per il diagramma, ad es. perché definisce i seguenti valori per gli attributi:

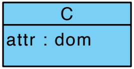
- La persona α ha la persona β come valore per l'attributo cf
- La coppia di persone (α, β) ha la stringa ι come valore per l'attributo annoAfferenza, anche se (α, β) non è una istanza della relationship lavora

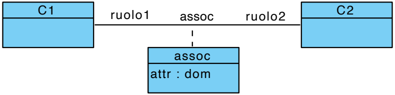
Tipizzazione di attributi

È necessario definire una ulteriore tipologia di vincoli in Φ per imporre che:

- le coppie dell'estensione di un predicato che definisce i valori di un attributo di (una o più) classe hanno come prima componente un'istanza di quella/quelle classi, e come seconda componente un'istanza del dominio dell'attributo
- le terne dell'estensione di un predicato che definisce i valori di un attributo di (una o più) associazioni hanno come prime due componenti una coppia che definisce un'istanza di quella associazione, e come terza componente un'istanza del dominio dell'attributo

Tipizzazione di attributi (2)





$\Longrightarrow$ La formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

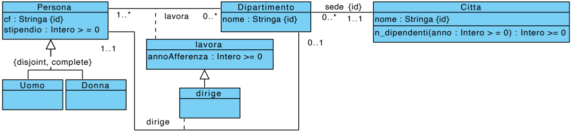
$$\forall c, v \;\; \mathrm{attr}(c, v) \wedge \mathrm{C}(c) \;\rightarrow\; \mathrm{dom}(v)$$

$$\forall c_1, c_n, v \;\; \mathrm{attr}(c_1, c_2, v) \wedge \mathrm{assoc}(c_1, c_2) \;\rightarrow\; \mathrm{dom}(v)$$

Si noti la differenza delle formule rispetto a quelle per la tipizzazione di associazioni (ad es., $\forall c_1, c_2 \; \mathrm{assoc}(c_1, c_2) \;\rightarrow\; \mathrm{C}_1(c_1) \wedge \mathrm{C}_2(c_2)$).

Ragione: diverse classi e diverse associazioni possono avere attributi omonimi su domini potenzialmente diversi. Prevediamo un unico simbolo di predicato (di arità 2) per gestire tutti gli attributi omonimi di classe e un unico simbolo di predicato di arità 3 per gestire tutti gli attributi omonimi di associazioni tra due classi, etc.

Esempio



La formula Φ che definisce la semantica del diagramma ER dovrà contenere, in and, anche le seguenti sotto-formule (oltre alle precedenti):

- $\forall x, v \; \mathrm{cf}(x, v) \land \mathrm{Persona}(x) \rightarrow \mathrm{Stringa}(v)$
- $\forall x, v \; \mathrm{stipendio}(x, v) \land \mathrm{Persona}(x) \rightarrow \text{``Intero} \geq 0\text{''}(v)$
- $\forall x, y, v \; \mathrm{annoAfferenza}(x, y, v) \land \mathrm{lavora}(x, y) \rightarrow \text{``Intero} \geq 0\text{''}(v)$
- $\forall x, v \; \mathrm{nome}(x, v) \land \mathrm{Dipartimento}(x) \rightarrow \mathrm{Stringa}(v)$
- $\forall x, v \; \mathrm{nome}(x, v) \land \mathrm{Citta}(x) \rightarrow \mathrm{Stringa}(v)$

Nota: se l'attributo nome dell'entità Citta fosse di un altro dominio dom, l'ultima sotto-formula sarebbe: $\forall x, v \; \mathrm{nome}(x, v) \land \mathrm{Citta}(x) \rightarrow \mathrm{dom}(v)$. Questa non interferirebbe con la definizione del dominio dell'attributo omonimo dell'entità Dipartimento a causa dei vincoli di disgiunzione tra entità ($\forall x \; \mathrm{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg\mathrm{Citta}(x)$)

Esempio (2)

Questa definizione di Φ impedisce che l'interpretazione I vista in precedenza:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(lavora)$=\{(\delta, \beta)\}$
  - I(stringa)$=\{\iota\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \beta, \iota)\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I("intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \beta), (\beta, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

sia un modello di Φ e quindi rappresenti un livello estensionale legale per il diagramma.

Ad esempio, la sotto-formula di Φ: $\forall x, v \ \mathrm{cf}(x, v) \wedge \mathrm{Persona}(x) \rightarrow \mathrm{stringa}(v)$ è violata per $x = \alpha$ e $y = \beta$

Essendo Φ definita come un and delle sue sotto-formule, si ha: $I \not\models \Phi$.

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

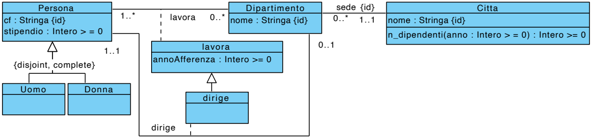
Prof. Toni Mancini
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it

Slides A.4.3.5 (S.A.4.3.5)

Analisi dei requisiti
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Semantica di un diagramma UML delle classi in FOL
Cardinalità di Associazioni e Attributi

Versione 2024-02-08

Esempio



Consideriamo l'interpretazione *I* definita come segue:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota, \chi, \lambda\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\gamma, \alpha), (\delta, \alpha)\}$
  - I("Intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(Stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\alpha, \iota)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\gamma, \alpha, \phi)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi, \lambda\}$
  - I(sede)$=\{(\chi, \gamma), (\lambda, \gamma)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\gamma, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

L'interpretazione soddisfa tutti i vincoli visti in precedenza e modellati come sottoformule di Φ legate da and

Esempio

L'interpretazione I:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota, \chi, \lambda\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\gamma, \alpha), (\delta, \alpha)\}$
  - I("Intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(Stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\alpha, \iota)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\gamma, \alpha, \phi)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi, \lambda\}$
  - I(sede)$=\{(\chi, \gamma), (\lambda, \gamma)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\gamma, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

non rappresenta ancora un livello estensionale legale per il diagramma, ad es. perché viola i vincoli di cardinalità su relationship e attributi. Ad esempio:

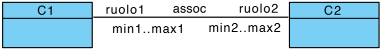
- La persona α ha sia ϵ che ι come valore per l'attributo cf
- La persona β non ha alcun valore per l'attributo cf
- Il dipartimento γ è coinvolto in due istanze della relationship sede
- L'istanza (δ, α) della relationship lavora non ha alcun valore per l'attributo annoAfferenza
- La città χ non ha alcun valore per l'attributo nome
- Il dipartimento γ ha due valori per l'attributo nome

Vincoli di cardinalità

È necessario definire una ulteriore tipologia di vincoli in Φ per imporre che siano soddisfatti:

- i vincoli di cardinalità sui ruoli delle associazioni
- i vincoli di cardinalità sugli attributi di classi e associazioni

Vincoli di cardinalità sui ruoli di associazioni



La formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincoli di cardinalità minima (solo se > 0):

$$\begin{array}{lll} \forall c_1 \quad C_1(c_1) & \rightarrow & \text{esistono almeno min}_2 \text{ istanze diverse di assoc} \\ & & \text{che coinvolgono } c_1 \text{ (come prima componente)} \\ & \wedge & \\ \forall c_2 \quad C_2(c_2) & \rightarrow & \text{esistono almeno min}_1 \text{ istanze diverse di assoc} \\ & & \text{che coinvolgono } c_2 \text{ (come seconda componente)} \end{array}$$

Vincoli di cardinalità sui ruoli di associazioni

La formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincoli di cardinalità minima (solo se > 0):

$$
\begin{aligned}
\forall c_1 \quad C_1(c_1) \rightarrow \exists c_2^1, \ldots, c_2^{\mathsf{min_2}} \quad & \\
& c_2^1 \neq c_2^2 \wedge \cdots \wedge c_2^{\mathsf{min_2}-1} \neq c_2^{\mathsf{min_2}} \\
& \mathsf{assoc}(c_1, c_2^1) \wedge \cdots \wedge \mathsf{assoc}(c_1, c_2^{\mathsf{min_2}}) \ \wedge \\
\forall c_2 \quad C_2(c_2) \rightarrow \exists c_1^1, \ldots, c_1^{\mathsf{min_1}} \quad & \\
& c_1^1 \neq c_1^2 \wedge \cdots \wedge c_1^{\mathsf{min_1}-1} \neq c_1^{\mathsf{min_1}} \\
& \mathsf{assoc}(c_1^1, c_2) \wedge \cdots \wedge \mathsf{assoc}(c_1^{\mathsf{min_1}}, c_2)
\end{aligned}
$$

Vincoli di cardinalità sui ruoli di associazioni

La formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità massima (solo se $\neq *$):

$$\begin{array}{lll} \forall c_1 \;\; C_1(c_1) & \rightarrow & \text{non esistono } \max_2 + 1 \text{ istanze diverse di assoc} \\ & & \text{che coinvolgono } c_1 \text{ (come prima componente)} \\ & \wedge & \\ \forall c_2 \;\; C_2(c_2) & \rightarrow & \text{non esistono } \max_1 + 1 \text{ istanze diverse di assoc} \\ & & \text{che coinvolgono } c_2 \text{ (come seconda componente)} \end{array}$$

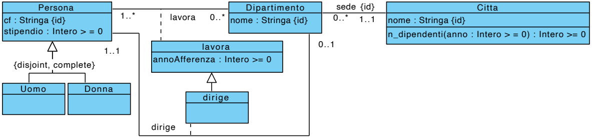
Vincoli di cardinalità sui ruoli di associazioni

La formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità massima (solo se $\neq *$):

$$
\begin{array}{l}
\forall c_1 \;\; C_1(c_1) \rightarrow \neg\exists c_2^1, \ldots, c_2^{\mathbf{max_2}+1} \\
\qquad\qquad\qquad c_2^1 \neq c_2^2 \wedge \cdots \wedge c_2^{\mathbf{min_2}} \neq c_2^{\mathbf{max_2}+1} \\
\qquad\qquad\qquad \mathrm{assoc}(c_1, c_2^1) \wedge \cdots \wedge \mathrm{assoc}(c_1, c_2^{\mathbf{max_2}+1}) \\
\qquad\qquad \wedge \\
\forall c_2 \;\; C_2(c_2) \rightarrow \neg\exists c_1^1, \ldots, c_1^{\mathbf{max_1}+1} \\
\qquad\qquad\qquad c_1^1 \neq c_1^2 \wedge \cdots \wedge c_1^{\mathbf{max_1}} \neq c_1^{\mathbf{max_1}+1} \\
\qquad\qquad\qquad \mathrm{assoc}(c_1^1, c_2) \wedge \cdots \wedge \mathrm{assoc}(c_1^{\mathbf{min_1}+1}, c_2)
\end{array}
$$

Vincoli di cardinalità sui ruoli di associazioni: Esempio



La formula Φ che definisce la semantica del diagramma ER dovrà contenere, in and, anche le seguenti sotto-formule (oltre alle precedenti):

- $\forall d\ \mathrm{Dipartimento}(d) \rightarrow [\exists p_1\ \mathrm{lavora}(d, p_1)]$
- $\forall p\ \mathrm{Persona}(p) \rightarrow \neg [\exists d_1, d_2\ d_1 \neq d_2 \wedge \mathrm{dirige}(d_1, p) \wedge \mathrm{dirige}(d_2, p)]$
- $\forall d\ \mathrm{Dipartimento}(d) \rightarrow [\exists p_1\ \mathrm{dirige}(d, p_1)]$
- $\forall d\ \mathrm{Dipartimento}(d) \rightarrow \neg [\exists p_1, p_2\ p_1 \neq p_2 \wedge \mathrm{dirige}(d, p_1) \wedge \mathrm{dirige}(d, p_2)]$
- $\forall d\ \mathrm{Dipartimento}(d) \rightarrow [\exists c_1\ \mathrm{sede}(c_1, d)]$
- $\forall d\ \mathrm{Dipartimento}(d) \rightarrow \neg [\exists c_1, c_2\ c_1 \neq c_2 \wedge \mathrm{sede}(c_1, d) \wedge \mathrm{sede}(c_2, d)]$

Vincoli di cardinalità sui ruoli di associazioni: Esempio (2)

Questa definizione di Φ impedisce che l'interpretazione I:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\gamma, \alpha), (\delta, \alpha)\}$
  - I("Intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(Stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\alpha, \iota)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\gamma, \alpha, \phi)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi, \lambda\}$
  - I(sede)$=\{(\chi, \gamma), (\lambda, \gamma)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\gamma, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

sia modello di Φ e rappresenti un livello estens. legale per il diagramma.

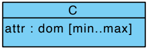
Ad esempio, la sotto-formula di Φ:

$$\forall d \ \text{Dipartimento}(d) \rightarrow \neg\left[\exists c_1, c_2 \ c_1 \neq c_2 \wedge \text{sede}(c_1, d) \wedge \text{sede}(c_2, d)\right]$$

è violata per $d = \gamma$.

Essendo Φ definita come un and delle sue sotto-formule, si ha: $I \not\models \Phi$.

Vincoli di cardinalità su attributi di entità



Per ogni ruolo attributo attrc di una entità C, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità minima (solo se min > 0):

$$\forall c \quad \mathrm{C}(c) \;\rightarrow\; \begin{array}{l}\text{esistono almeno min valori diversi}\\ \text{per l'attributo attr dell'istanza } c\end{array}$$

Vincoli di cardinalità su attributi di entità

Per ogni ruolo attributo attrc di una entità C, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità minima (solo se min > 0):

$$
\begin{aligned}
&\forall c\ \mathrm{C}(c) \rightarrow \exists v_1, \ldots, v_{\mathrm{min}} \\
&\qquad v_1 \neq v_2\ \wedge \cdots \wedge\ v_1 \neq v_{\mathrm{min}}\ \wedge \cdots \wedge\ v_{\mathrm{min}-1} \neq v_{\mathrm{min}}\ \wedge \\
&\qquad \mathrm{attr}(c, v_1)\ \wedge \cdots \wedge\ \mathrm{attr}(c, v_{\mathrm{min}})
\end{aligned}
$$

Vincoli di cardinalità su attributi di entità

Per ogni ruolo attributo attrc di una entità C, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità massima (solo se max $\neq *$):

$\forall c \;\; C(c) \;\rightarrow$ non esistono max $+ 1$ valori diversi per l'attributo attr dell'istanza c

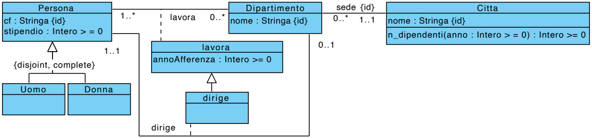
Vincoli di cardinalità su attributi di entità

Per ogni ruolo attributo attrc di una entità C, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità massima (solo se max $\neq *$):

$$\begin{aligned} & \forall c\ \mathsf{C}(c) \rightarrow \neg\big[\exists v_1, \ldots, v_{\mathsf{max}+1} \\ & \qquad v_1 \neq v_2\ \wedge \cdots \wedge\ v_1 \neq v_{\mathsf{max}+1}\ \wedge \cdots \wedge\ v_{\mathsf{max}} \neq v_{\mathsf{max}+1}\ \wedge \\ & \qquad \mathsf{attr}(c, v_1)\ \wedge \cdots \wedge\ \mathsf{attr}(c, v_{\mathsf{max}+1})\ \big] \end{aligned}$$

Vincoli di cardinalità su attributi di entità: Esempio



La formula Φ che definisce la semantica del diagramma ER dovrà contenere, in and, anche le seguenti sotto-formule (oltre alle precedenti):

- $\forall p \; \mathrm{Persona}(p) \rightarrow [\exists v_1 \; \mathrm{cf}(p, v_1)]$
- $\forall p \; \mathrm{Persona}(p) \rightarrow \neg [\exists v_1, v_2 \; v_1 \neq v_2 \wedge \mathrm{cf}(p, v_1) \wedge \mathrm{cf}(p, v_2)]$
- $\forall p \; \mathrm{Persona}(p) \rightarrow [\exists v_1 \; \mathrm{stipendio}(p, v_1)]$
- $\forall p \; \mathrm{Persona}(p) \rightarrow \neg [\exists v_1, v_2 \; v_1 \neq v_2 \wedge \mathrm{stipendio}(p, v_1) \wedge \mathrm{stipendio}(p, v_2)]$
- $\forall d \; \mathrm{Dipartimento}(d) \rightarrow [\exists v_1 \; \mathrm{nome}(d, v_1)]$
- $\forall d \; \mathrm{Dipartimento}(d) \rightarrow \neg [\exists v_1, v_2 \; v_1 \neq v_2 \wedge \mathrm{nome}(d, v_1) \wedge \mathrm{nome}(d, v_2)]$
- $\forall c \; \mathrm{Citta}(c) \rightarrow [\exists v_1 \; \mathrm{nome}(c, v_1)]$
- $\forall c \; \mathrm{Citta}(c) \rightarrow \neg [\exists v_1, v_2 \; v_1 \neq v_2 \wedge \mathrm{nome}(c, v_1) \wedge \mathrm{nome}(c, v_2)]$

Vincoli di cardinalità su attributi di entità: Esempio (2)

Questa definizione di Φ impedisce che l'interpretazione I:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\gamma, \alpha), (\delta, \alpha)\}$
  - I("Intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(Stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\alpha, \iota)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \gamma, \phi)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi, \lambda\}$
  - I(sede)$=\{(\chi, \gamma), (\lambda, \gamma)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\gamma, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

sia modello di Φ e rappresenti un livello estens. legale per il diagramma.

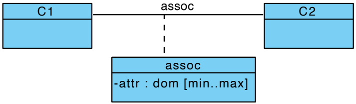
Ad esempio, la sotto-formula di Φ:

$$\forall d \ \text{Dipartimento}(d) \rightarrow \neg \left[\exists v_1, v_2 \ \ v_1 \neq v_2 \wedge \text{nome}(d, v_1) \wedge \text{nome}(d, v_2)\right]$$

è violata per $d = \gamma$.

Essendo Φ definita come un and delle sue sotto-formule, si ha: $I \not\models \Phi$.

Vincoli di cardinalità su attributi di associazione

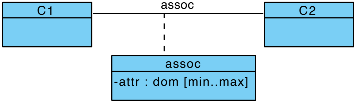


Per ogni attributo attr di una qualche associazione assoc, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità minima (solo se min > 0):

$\forall c_1, c_2 \;\; \text{assoc}(c_1, c_2) \;\rightarrow$ esistono almeno min valori diversi per l'attributo attr dell'istanza (c_1, c_2)

Vincoli di cardinalità su attributi di associazione

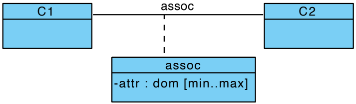


Per ogni attributo attr di una qualche associazione assoc, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità minima (solo se min > 0):

$$\forall c_1, c_2 \;\; \mathrm{assoc}(c_1, c_2) \rightarrow \exists v_1, \ldots, v_{\mathrm{min}}$$
$$v_1 \neq v_2 \;\wedge \cdots \wedge v_1 \neq v_{\mathrm{min}} \;\wedge \cdots \wedge\; v_{\mathrm{min}-1} \neq v_{\mathrm{min}} \;\wedge$$
$$\mathrm{attr}(c_1, c_2, v_1) \;\wedge \cdots \wedge \mathrm{attr}(c_1, c_2, v_{\mathrm{min}})$$

Vincoli di cardinalità su attributi di associazione

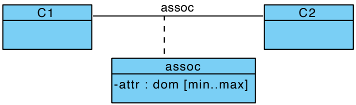


Per ogni attributo attr di una qualche associazione assoc, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità massima (solo se max $\neq *$):

$\forall c_1, c_2 \;\; \text{assoc}(c_1, c_2) \;\rightarrow$ non esistono max $+ 1$ valori diversi per l'attributo attr dell'istanza (c_1, c_2)

Vincoli di cardinalità su attributi di associazione

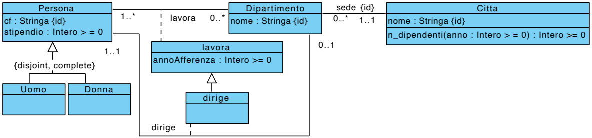


Per ogni attributo attr di una qualche associazione assoc, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità massima (solo se max $\neq *$):

$$
\begin{aligned}
&\forall c_1, c_2 \;\; \mathrm{assoc}(c_1, c_2) \rightarrow \\
&\qquad\qquad \neg\Big[\exists v_1, \ldots, v_{\mathrm{max}+1} \\
&\qquad\qquad\quad v_1 \neq v_2 \;\wedge \cdots \wedge v_1 \neq v_{\mathrm{max}+1} \;\wedge \cdots \wedge\; v_{\mathrm{max}} \neq v_{\mathrm{max}+1} \;\wedge \\
&\qquad\qquad\quad \mathrm{attr}(c_1, c_2, v_1) \;\wedge \cdots \wedge \mathrm{attr}(c_1, c_2, v_{\mathrm{max}+1})\Big]
\end{aligned}
$$

Vincoli di cardinalità sui ruoli di associazione: Esempio



La formula Φ che definisce la semantica del diagramma ER dovrà contenere, in and, anche le seguenti sotto-formule (oltre alle precedenti):

- $\forall d, p \; \text{lavora}(d, p) \rightarrow [\exists v_1 \; \text{annoAfferenza}(d, p, v_1)]$
- $\forall d, p \; \text{lavora}(d, p) \rightarrow$
  $\neg [\exists v_1, v_2 \;\; v_1 \neq v_2 \wedge \text{annoAfferenza}(d, p, v_1) \wedge \text{annoAfferenza}(d, p, v_2)]$

Vincoli di cardinalità sui ruoli di associazione: Esempio (2)

Questa definizione di Φ impedisce che l'interpretazione I:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\gamma, \alpha), (\delta, \alpha)\}$
  - I("Intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(Stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\alpha, \iota)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \gamma, \phi)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi, \lambda\}$
  - I(sede)$=\{(\chi, \gamma), (\lambda, \gamma)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\gamma, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

sia modello di Φ e rappresenti un livello estens. legale per il diagramma.

Ad esempio, la sotto-formula di Φ:

$$\forall d, p \ \text{lavora}(d, p) \rightarrow [\exists v_1 \ \text{annoAfferenza}(d, p, v_1)]$$

è violata per $d = \delta$ e $p = \alpha$.

Essendo Φ definita come un and delle sue sotto-formule, si ha: $I \not\models \Phi$.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

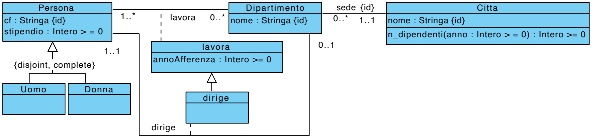
Prof. Toni Mancini
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it

Slides A.4.3.6 (S.A.4.3.6)

Analisi dei requisiti
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Semantica di un diagramma UML delle classi in FOL
Tipizzazione di Operazioni

Versione 2024-02-08

Esempio



Consideriamo l'interpretazione I definita come segue:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota, \chi, \lambda\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\gamma, \alpha), (\delta, \alpha)\}$
  - I(“Intero $\geq$0”)$=\{\phi\}$
  - I(Stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\alpha, \iota)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\gamma, \alpha, \phi)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi, \lambda\}$
  - I(sede)$=\{(\chi, \gamma), (\lambda, \gamma)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\gamma, \iota)\}$
  - I(n_dipendenti$_{\text{Citta},\text{Intero}\geq 0}$)$=$ $\{(\alpha, \epsilon, \iota), \ldots\}$
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

L'interpretazione soddisfa tutti i vincoli visti in precedenza e modellati come sottoformule di Φ legate da and

Esempio

L'interpretazione I:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota, \chi, \lambda\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\gamma, \alpha), (\delta, \alpha)\}$
  - I("Intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(Stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\alpha, \iota)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\gamma, \alpha, \phi)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi, \lambda\}$
  - I(sede)$=\{(\chi, \gamma), (\lambda, \gamma)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\gamma, \iota)\}$
  - I(n_dipendenti$_{\text{Citta,Intero}\geq 0}$)$=$ $\{(\alpha, \epsilon, \iota), \ldots\}$
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

non rappresenta ancora un livello estensionale legale per il diagramma, ad es. perché rappresenta il fatto che:

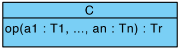
- L'operazione n_dipendenti(), quando invocata sulla persona (non città!) α con l'argomento ϵ (una stringa!) restituisce, tra gli altri, il valore ι (una stringa!)

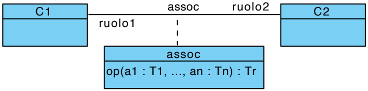
Tipizzazione di operazioni

È necessario definire una ulteriore tipologia di vincoli in Φ per imporre che:

- una operazione può fornire un risultato solo se l'oggetto di invocazione e gli argomenti sono delle classi/associazioni/tipi corretti, e tale risultato è del tipo corretto

Tipizzazione di operazioni (2)





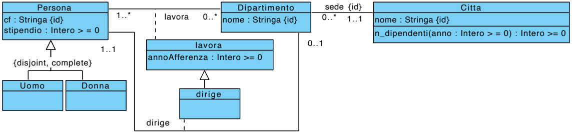
$\Longrightarrow$ La formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

$$\forall c, v_1, \ldots v_n, v_r \quad \mathrm{op}_{\mathrm{C},\mathrm{T}_1,\ldots,\mathrm{T}_n}(c, v_1, \ldots, v_n, v_r) \rightarrow \mathrm{C}(c) \wedge \mathrm{T}_1(v_1) \wedge \cdots \wedge \mathrm{T}_n(v_n) \wedge \mathrm{T}_r(v_r)$$

$$\forall c_1, c_2, v_1, \ldots v_n, v_r \quad \mathrm{op}_{\mathrm{assoc},\mathrm{T}_1,\ldots,\mathrm{T}_n}(c, v_1, \ldots, v_n, v_r) \rightarrow \mathrm{assoc}(c_1, c_2) \wedge \mathrm{T}_1(v_1) \wedge \cdots \wedge \mathrm{T}_n(v_n) \wedge \mathrm{T}_r(v_r)$$

Nota: per semplicità, mostriamo la formalizzazione solo delle operazioni i cui argomento hanno molteplicità [1..1]

Esempio



La formula Φ che definisce la semantica del diagramma ER dovrà contenere, in and, anche le seguenti sotto-formule (oltre alle precedenti):

- $\forall c, v, r \text{ n\_dipendenti}_{\text{Citta},\text{Intero}\geq 0}(c, v, r) \rightarrow \text{Persona}(c) \wedge \text{“Intero} \geq 0\text{''}(v) \wedge \text{“Intero} \geq 0\text{''}(r)$

Esempio (2)

Questa definizione di Φ impedisce che l'interpretazione I vista in precedenza:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\delta, \beta)\}$
  - I("intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(stringa)$=\{\iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \beta), (\beta, \iota)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \beta, \iota)\}$ ...
  - I(n_dipendenti$_{\text{Citta,Intero}\geq 0}$)$=\{(\alpha, \epsilon, \iota), \ldots\}$
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

Esempio (3)

sia un modello di Φ e quindi rappresenti un livello estensionale legale per il diagramma.

Ad esempio, la sotto-formula di Φ:
$\forall c, v, r$ n_dipendenti$_{\text{Citta,Intero}\geq 0}(c, v, r) \rightarrow$ Persona$(c) \wedge$
"Intero $\geq$0"$(v) \wedge$"Intero $\geq$0"(r) è violata per $c = \alpha$, $v = \epsilon$, $r = \iota$

Essendo Φ definita come un and delle sue sotto-formule, si ha: $I \not\models \Phi$.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

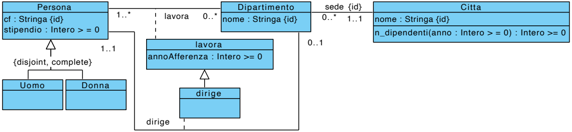
Prof. Toni Mancini
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it

Slides A.4.3.7 (S.A.4.3.7)

Analisi dei requisiti
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Semantica di un diagramma UML delle classi in FOL
Vincoli di Identificazione di Classe

Versione 2024-02-08

Esempio

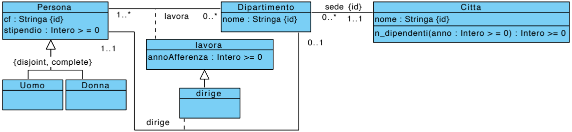


Consideriamo l'interpretazione I definita come segue:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - $I(\text{Pers.}) = \{\alpha, \beta\}$
  - $I(\text{Dipar.}) = \{\gamma, \delta\}$
  - $I(\text{lavora}) = \{(\gamma, \alpha)\}$
  - $I(\text{“Intero } \geq 0\text{”}) = \{\phi\}$
  - $I(\text{Stringa}) = \{\epsilon, \iota\}$
  - $I(\text{cf}) = \{(\alpha, \epsilon), (\beta, \epsilon)\}$
  - $I(\text{annoAff.}) = \{(\alpha, \gamma, \phi)\}$
  - $I(\text{Citta}) = \{\chi\}$
  - $I(\text{sede}) = \{(\chi, \gamma), (\chi, \delta)\}$
  - $I(\text{nome}) = \{(\gamma, \epsilon), (\delta, \epsilon), (\chi, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

L'interpretazione soddisfa tutti i vincoli visti in precedenza e modellati come sottoformule di Φ legate da and

Esempio



Consideriamo l'interpretazione *I* definita come segue:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\gamma, \alpha)\}$
  - I("Intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(Stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\beta, \epsilon)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \gamma, \phi)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi\}$
  - I(sede)$=\{(\chi, \gamma), (\chi, \delta)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\delta, \epsilon), (\chi, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

L'interpretazione non rappresenta ancora un livello estensionale legale per il diagramma, ad es. perché definisce i seguenti valori per gli attributi:

- Le persone α e β hanno lo stesso valore per l'attributo cf
- I dipartimenti γ e δ hanno lo stesso nome, sebbene abbiano sede nella stessa città

Vincoli di identificazione di classe

È necessario definire una ulteriore tipologia di vincoli in Φ per imporre che:

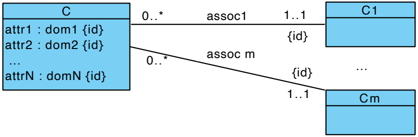
- i vincoli di identificazione per le classi siano soddisfatti

Vincoli di identificazione di classe

È necessario definire una ulteriore tipologia di vincoli in Φ per imporre che:

- i vincoli di identificazione per le classi siano soddisfatti

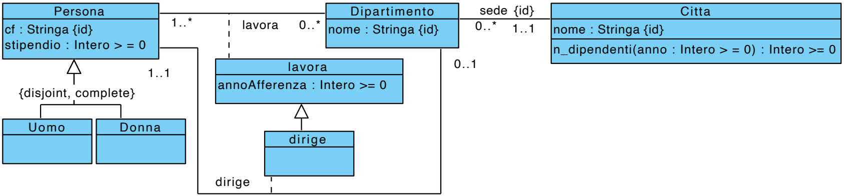
Per ogni vincolo di identificazione di classe come il seguente (per C):



la formula Φ conterrà, in and, la seguente sotto-formula:

$$\neg\Big[\exists c, c',\ v_1, \ldots, v_n,\ c_1, \ldots, c_m\ \ \mathrm{C}(c) \wedge \mathrm{C}(c') \wedge c \neq c' \ \wedge$$
$$\mathrm{attr}_1(c, v_1) \wedge \cdots \wedge \mathrm{attr}_\mathrm{n}(c, v_n)\ \wedge\ \mathrm{attr}_1(c', v_1) \wedge \cdots \wedge \mathrm{attr}_\mathrm{n}(c', v_n)\ \wedge$$
$$\mathrm{assoc}_1(c, c_1) \wedge \cdots \wedge \mathrm{assoc}_m(c, c_m)\ \wedge\ \mathrm{assoc}_1(c', c_1) \wedge \cdots \wedge \mathrm{assoc}_m(c', c_m)\ \Big]$$

Vincoli di identificazione di entità: esempio



La formula Φ che definisce la semantica del diagramma ER dovrà contenere, in and, anche le seguenti sotto-formule (oltre alle precedenti):

- $\neg\left[\exists p_1, p_2, v \ \mathrm{Persona}(p_1) \land \mathrm{Persona}(p_2) \land p_1 \neq p_2 \land \mathrm{cf}(p_1, v) \land \mathrm{cf}(p_2, v)\right]$
- $\neg\left[\exists d_1, d_2, v, c \ \mathrm{Dipartimento}(d_1) \land \mathrm{Dipartimento}(d_2) \land d_1 \neq d_2 \land \mathrm{nome}(d_1, v) \land \mathrm{sede}(c, d_1) \land \mathrm{nome}(d_2, v) \land \mathrm{sede}(c, d_2)\right]$

Vincoli di identificazione di entità: esempio (2)

Questa definizione di Φ impedisce che l'interpretazione I:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\gamma, \alpha)\}$
  - I("Intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(Stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\beta, \epsilon)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \gamma, \phi)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi\}$
  - I(sede)$=\{(\chi, \gamma), (\chi, \delta)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\delta, \epsilon), (\chi, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

sia un modello di Φ e rappresenti un livello estensionale legale per il diagramma, perché le sotto-formule di Φ:

- $\neg\left[\exists p_1, p_2, v \ \mathrm{Persona}(p_1) \land \mathrm{Persona}(p_2) \land p_1 \neq p_2 \land \mathrm{cf}(p_1, v) \land \mathrm{cf}(p_2, v)\right]$
- $\neg\left[\exists d_1, d_2, v, c \ \mathrm{Dipartimento}(d_1) \land \mathrm{Dipartimento}(d_2) \land d_1 \neq d_2 \land \mathrm{nome}(d_1, v) \land \mathrm{sede}(c, d_1) \land \mathrm{nome}(d_2, v) \land \mathrm{sede}(c, d_2)\right]$

sono violate, rispettivamente, per $p_1 = \alpha$ e $p_2 = \beta$ e per $d_1 = \gamma$ e $d_2 = \delta$.

Essendo Φ definita come un and delle sue sotto-formule, si ha: $I \not\models \Phi$.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it

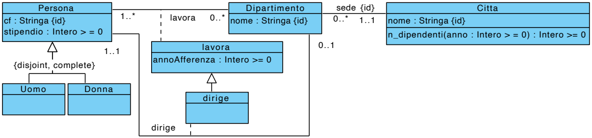
Slides A.4.3.8 (S.A.4.3.8)

Analisi dei requisiti
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Semantica di un diagramma UML delle classi in FOL
Un Esempio Completo

Versione 2024-02-08

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma delle classi



è definita dalla seguente formula Φ:

(Nota: alcune sottoformule potrebbero essere omesse a causa di ridondanze)

// Disgiunzione tra classi e/o domini

$\forall x\ \text{Persona}(x) \rightarrow \neg\text{Dipartimento}(x)\ \wedge$

$\forall x\ \text{Persona}(x) \rightarrow \neg\text{Citta}(x)\ \wedge$

$\forall x\ \text{Persona}(x) \rightarrow \neg\text{“Intero} \geq 0\text{”}(x)\ \wedge$

$\forall x\ \text{Persona}(x) \rightarrow \neg\text{Intero}(x)\ \wedge$

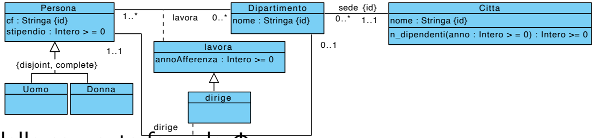
$\forall x\ \text{Persona}(x) \rightarrow \neg\text{Stringa}(x)\ \wedge$

$\forall x\ \text{Uomo}(x) \rightarrow \neg\text{Donna}(x)\ \wedge$

$\forall x\ \text{Uomo}(x) \rightarrow \neg\text{Dipartimento}(x)\ \wedge$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma delle classi



è definita dalla seguente formula Φ:

(Nota: alcune sottoformule potrebbero essere omesse a causa di ridondanze)

... // Disgiunzione tra classi e/o domini (cont.)

$\forall x$ Uomo$(x) \rightarrow \neg$Citta(x) $\wedge$

$\forall x$ Uomo$(x) \rightarrow \neg$"Intero ≥ 0"(x) $\wedge$

$\forall x$ Uomo$(x) \rightarrow \neg$Intero(x) $\wedge$

$\forall x$ Uomo$(x) \rightarrow \neg$Stringa(x) $\wedge$

$\forall x$ Donna$(x) \rightarrow \neg$Dipartimento(x) $\wedge$

$\forall x$ Donna$(x) \rightarrow \neg$Citta(x) $\wedge$

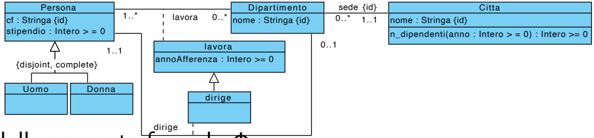
$\forall x$ Donna$(x) \rightarrow \neg$"Intero ≥ 0"(x) $\wedge$

$\forall x$ Donna$(x) \rightarrow \neg$Intero(x) $\wedge$

$\forall x$ Donna$(x) \rightarrow \neg$Stringa(x) $\wedge$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma delle classi



è definita dalla seguente formula Φ:

(Nota: alcune sottoformule potrebbero essere omesse a causa di ridondanze)

... // Disgiunzione tra classi e/o domini (cont.)

$\forall x$ Dipartimento$(x) \rightarrow \neg$Citta$(x) \wedge$

$\forall x$ Dipartimento$(x) \rightarrow \neg$“Intero ≥ 0”$(x) \wedge$

$\forall x$ Dipartimento$(x) \rightarrow \neg$Intero$(x) \wedge$

$\forall x$ Dipartimento$(x) \rightarrow \neg$Stringa$(x) \wedge$

$\forall x$ Citta$(x) \rightarrow \neg$“Intero ≥ 0”$(x) \wedge$

$\forall x$ Citta$(x) \rightarrow \neg$Intero$(x) \wedge$

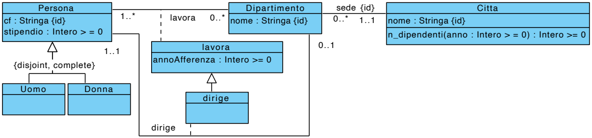
$\forall x$ Citta$(x) \rightarrow \neg$Stringa$(x) \wedge$

$\forall x$ “Intero ≥ 0”$(x) \rightarrow \neg$Stringa$(x) \wedge$

$\forall x$ Intero$(x) \rightarrow \neg$Stringa$(x) \wedge$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma delle classi



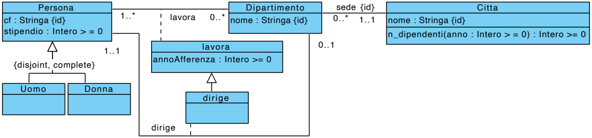
è definita dalla seguente formula Φ:

(Nota: alcune sottoformule potrebbero essere omesse a causa di ridondanze)

$$\begin{array}{l} \ldots \text{ // Generalizzazione tra classi e tra associazioni} \\ \forall x \; \mathsf{Uomo}(x) \rightarrow \mathsf{Persona}(x) \; \wedge \\ \forall x \; \mathsf{Donna}(x) \rightarrow \mathsf{Persona}(x) \; \wedge \\ \forall x \; \mathsf{Persona}(x) \rightarrow \mathsf{Uomo}(x) \vee \mathsf{Donna}(x) \; \wedge \\ \forall x, y \; \mathsf{dirige}(x, y) \rightarrow \mathsf{lavora}(x, y) \; \wedge \end{array}$$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma delle classi



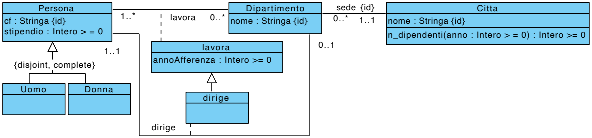
è definita dalla seguente formula Φ:

(Nota: alcune sottoformule potrebbero essere omesse a causa di ridondanze)

$$\ldots \text{ // Specializzazione di domini}$$
$$\forall x \text{ ``Intero} \geq 0\text{''}(x) \leftrightarrow [\text{Intero}(x) \land x \geq 0] \land$$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma delle classi



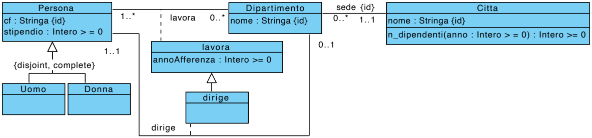
è definita dalla seguente formula Φ:

(Nota: alcune sottoformule potrebbero essere omesse a causa di ridondanze)

$$\ldots \text{ // Tipizzazione di associazioni}$$
$$\forall d, p \text{ lavora}(d, p) \rightarrow \text{Dipartimento}(d) \wedge \text{Persona}(p) \wedge$$
$$\forall d, p \text{ dirige}(d, p) \rightarrow \text{Dipartimento}(d) \wedge \text{Persona}(p) \wedge$$
$$\forall c, d \text{ sede}(c, d) \rightarrow \text{Citta}(c) \wedge \text{Dipartimento}(d) \wedge$$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma delle classi



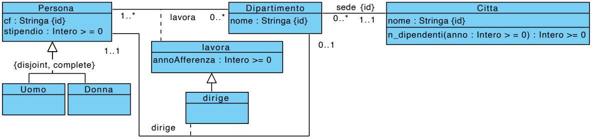
è definita dalla seguente formula Φ:

(Nota: alcune sottoformule potrebbero essere omesse a causa di ridondanze)

$$
\begin{array}{rl}
& \ldots \text{ // Tipizzazione di attributi} \\
\forall x, v\ \mathrm{cf}(x,v) \land \mathrm{Persona}(x) & \rightarrow\ \mathrm{Stringa}(v)\ \land \\
\forall x, v\ \mathrm{stipendio}(x,v) \land \mathrm{Persona}(x) & \rightarrow\ \text{``Intero} \geq 0\text{''}(v)\ \land \\
\forall x, y, v\ \mathrm{annoAfferenza}(x,y,v) \land \mathrm{lavora}(x,y) & \rightarrow \text{``Intero} \geq 0\text{''}(v)\ \land \\
\forall x, v\ \mathrm{nome}(x,v) \land \mathrm{Dipartimento}(x) & \rightarrow\ \mathrm{Stringa}(v)\ \land \\
\forall x, v\ \mathrm{nome}(x,v) \land \mathrm{Citta}(x) & \rightarrow\ \mathrm{Stringa}(v)\ \land
\end{array}
$$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma delle classi



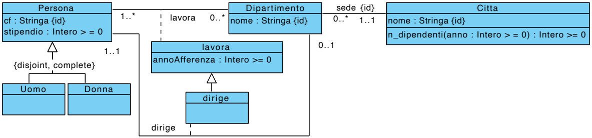
è definita dalla seguente formula Φ:

(Nota: alcune sottoformule potrebbero essere omesse a causa di ridondanze)

$$
\begin{array}{l}
\ldots \text{ // Vincoli di cardinalità sui ruoli di associazioni} \\
\forall d \ \text{Dipartimento}(d) \rightarrow [\exists p_1 \ \text{lavora}(d, p_1)] \ \wedge \\
\forall p \ \text{Persona}(p) \rightarrow \neg [\exists d_1, d_2 \ d_1 \neq d_2 \wedge \text{dirige}(d_1, p) \wedge \text{dirige}(d_2, p)] \ \wedge \\
\forall d \ \text{Dipartimento}(d) \rightarrow [\exists p_1 \ \text{dirige}(d, p_1)] \ \wedge \\
\forall d \ \text{Dipartimento}(d) \rightarrow \neg [\exists p_1, p_2 \ p_1 \neq p_2 \wedge \text{dirige}(d, p_1) \wedge \text{dirige}(d, p_2)] \ \wedge \\
\forall d \ \text{Dipartimento}(d) \rightarrow [\exists c_1 \ \text{sede}(c_1, d)] \ \wedge \\
\forall x \ \text{Dipartimento}(d) \rightarrow \neg [\exists c_1, c_2 \ c_1 \neq c_2 \wedge \text{sede}(c_1, d) \wedge \text{sede}(c_2, d)] \ \wedge
\end{array}
$$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma delle classi



è definita dalla seguente formula Φ:

(Nota: alcune sottoformule potrebbero essere omesse a causa di ridondanze)

$\ldots$ // Vincoli di cardinalità su attributi di classe

$\forall x\ \mathrm{Persona}(x) \rightarrow [\exists v_1\ \mathrm{cf}(x, v_1)]\ \wedge$

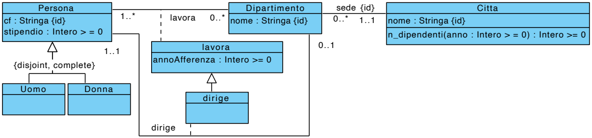
$\forall x\ \mathrm{Persona}(x) \rightarrow \neg\,[\exists v_1, v_2\ v_1 \neq v_2 \wedge \mathrm{cf}(x, v_1) \wedge \mathrm{cf}(x, v_2)]\ \wedge$

$\forall x\ \mathrm{Persona}(x) \rightarrow [\exists v_1\ \mathrm{stipendio}(x, v_1)]\ \wedge$

$\forall x\ \mathrm{Persona}(x) \rightarrow \neg\,[\exists v_1, v_2\ v_1 \neq v_2 \wedge \mathrm{stipendio}(x, v_1) \wedge \mathrm{stipendio}(x, v_2)]\ \wedge$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma delle classi



è definita dalla seguente formula Φ:

(Nota: alcune sottoformule potrebbero essere omesse a causa di ridondanze)

. . . // Vincoli di cardinalità su attributi di classe (cont.)

$\forall x\ \text{Dipartimento}(x) \rightarrow [\exists v_1\ \text{nome}(x, v_1)]\ \wedge$

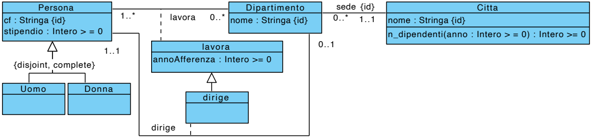
$\forall x\ \text{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg [\exists v_1, v_2\ v_1 \neq v_2 \wedge \text{nome}(x, v_1) \wedge \text{nome}(x, v_2)]\ \wedge$

$\forall x\ \text{Citta}(x) \rightarrow [\exists v_1\ \text{nome}(x, v_1)]\ \wedge$

$\forall x\ \text{Citta}(x) \rightarrow \neg [\exists v_1, v_2\ v_1 \neq v_2 \wedge \text{nome}(x, v_1) \wedge \text{nome}(x, v_2)]\ \wedge$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma delle classi



è definita dalla seguente formula Φ:

(Nota: alcune sottoformule potrebbero essere omesse a causa di ridondanze)

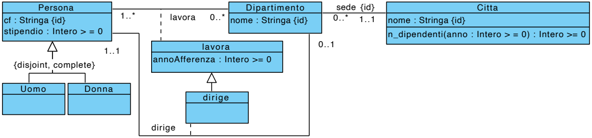
... // Vincoli di cardinalità su attributi di associazione

$\forall x, y\ \mathrm{lavora}(x, y) \rightarrow [\exists v_1\ \mathrm{annoAfferenza}(x, y, v_1)]\ \wedge$

$\forall x, y\ \mathrm{lavora}(x, y) \rightarrow \neg [\exists v_1, v_2\ v_1 \neq v_2 \wedge \mathrm{annoAfferenza}(x, y, v_1) \wedge \mathrm{annoAfferenza}(x, y, v_2)]\ \wedge$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma delle classi



è definita dalla seguente formula Φ:

(Nota: alcune sottoformule potrebbero essere omesse a causa di ridondanze)

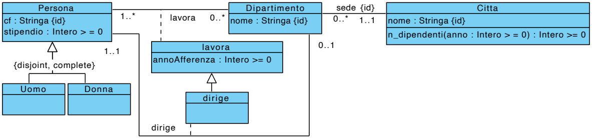
$$\ldots \text{ // Tipizzazione di operazioni}$$

$$\forall c, v, r \ \text{n\_dipendenti}_{\text{Citta},\text{Intero}\geq 0}(c, v, r) \ \rightarrow$$

$$\text{Persona}(c) \wedge \text{``Intero} \geq 0\text{''}(v) \wedge \text{``Intero} \geq 0\text{''}(r)$$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma delle classi



è definita dalla seguente formula Φ:

(Nota: alcune sottoformule potrebbero essere omesse a causa di ridondanze)

$$
\begin{aligned}
& \ldots \text{ // Vincoli di identificazione di classe} \\
\neg\big[\exists p_1, p_2, v \;& \text{Persona}(p_1) \wedge \text{Persona}(p_2) \wedge p_1 \neq p_2 \wedge \text{cf}(p_1, v) \wedge \text{cf}(p_2, v)\big] \;\wedge \\
\neg\big[\exists d_1, d_2, v, c \;& \text{Dipartimento}(d_1) \wedge \text{Dipartimento}(d_2) \wedge \\
& d_1 \neq d_2 \wedge \text{nome}(d_1, v) \wedge \text{sede}(c, d_1) \wedge \text{nome}(d_2, v) \wedge \text{sede}(c, d_2)\big] \;\wedge \\
\neg\big[\exists c_1, c_2, v \;& \text{Citta}(c_1) \wedge \text{Citta}(c_2) \wedge c_1 \neq c_2 \wedge \text{nome}(c_1, v) \wedge \text{nome}(c_2, v)\big]
\end{aligned}
$$

Semantica di un diagramma delle classi

La formula Φ che definisce un diagramma delle classi esprime i vincoli che una interpretazione M deve soddisfare affinché rappresenti un livello estensionale legale del diagramma.

Quindi:

$$M \models \Phi \iff \text{M rappresenta un livello estensionale legale del diagramma delle classi.}$$

Semantica di un diagramma delle classi

La formula Φ che definisce un diagramma delle classi esprime i vincoli che una interpretazione M deve soddisfare affinché rappresenti un livello estensionale legale del diagramma.

Quindi:

$M \models \Phi \iff$ M rappresenta un livello estensionale legale del diagramma delle classi.

. . . Ma manca ancora qualcosa. . .

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it

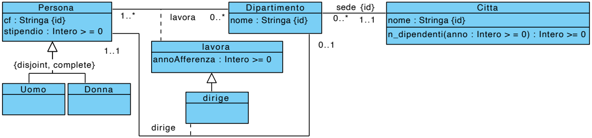
Slides A.4.3.9 (S.A.4.3.9)

Analisi dei requisiti
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Semantica di un diagramma UML delle classi in FOL
Logica e Realtà

Versione 2024-02-08

Esempio

Consideriamo il seguente diagramma delle classi:



la cui formula Φ è stata vista nelle slide precedenti.

Sia M la seguente interpretazione, modello di Φ:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota, \chi, \lambda\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\gamma, \alpha), (\delta, \alpha)\}$
  - I("intero $\geq$0")$=\{\phi, \lambda\}$
  - I(stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\beta, \iota)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \gamma, \phi), (\alpha, \delta, \lambda)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi\}$
  - I(sede)$=\{(\chi, \gamma), (\chi, \delta)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\delta, \iota), (\chi, \iota)\}$
  - $I(\geq)=\{(\alpha, \delta), (\lambda, \phi), (\iota, \gamma)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

Esempio

Gli elementi del dominio di interpretazione $\mathcal{D}$ sono oggetti/fatti/persone/etc. del mondo.

M potrebbe essere quindi la seguente:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D}$ = {Apple, 🏢, 2, Hello!, 🐈, 🚙, 💁, 5, 🍭}
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)={Apple, 🏢}
  - I(Dipar.)={2, Hello!}
  - I(lavora)={(2, Apple), (Hello!, Apple)}
  - I("intero $\geq$0")={🚙, 🍭}
  - I(stringa)={🐈, 💁}
  - I(cf)={(Apple, 🐈), (🏢, 💁)}
  - I(annoAff.)={(Apple, 2, 🚙), (Apple, Hello!, 🍭)}
  - I(Citta)={5}
  - I(sede)={(5, 2), (5, Hello!)}
  - I(nome)={(2, 🐈), (Hello!, 💁), (5, 💁)}
  - $I(\geq)$={(Apple, Hello!), (🍭, 🚙), (💁, 2)}
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

L'interpretazione M interpreta i simboli di predicato in modo del tutto avulso dalla realtà!

Logica e realtà

Abbiamo visto che una interpretazione può essere completamente avulsa dalla realtà e comunque essere un modello delle formule di interesse.

Questo è dovuto al grande potere di astrazione della logica:

- la verità o falsità di una formula può essere determinata solo dopo aver definito una interpretazione che dia la semantica dei termini e delle formule atomici
- il concetto di interpretazione non è limitato in alcun modo dal “mondo reale”.

In questo corso intendiamo usare la logica per esprimere proprietà del mondo reale, del quale, nello schema concettuale dell’applicazione, stiamo cercando di modellare un frammento.

Vogliamo quindi limitare la nostra attenzione alle interpretazioni consistenti (coerenti) con la realtà.

Logica e realtà (2)

Intendiamo quindi limitare la nostra attenzione alle interpretazioni consistenti con la realtà. A tal fine osserviamo che:

- I simboli di predicato 1-ari definiscono classi oppure domini.
- I simboli di predicato non 1-ari per associazioni o attributi sono sempre vincolati a simboli di predicato 1-ari relativi a classi o domini.
- La semantica dei simboli di predicato che definiscono classi è variabile da progetto a progetto, in quanto dipende dal frammento di mondo che si sta modellando.
  Il diagramma delle classi serve appunto a definire come i dati si articolano nelle diverse classi ed associazioni.
  Saranno gli utenti a definire nel sistema le istanze delle diverse classi.

Logica e realtà (3)

La semantica de:

- i simboli di predicato che definiscono:
  - domini (Intero/1, Stringa/1, Ora/1, etc.)
  - relazioni tra elementi di domini (ad es., $\geq$/2)
  - campi di domini composti (es.: h/2 per il campo h del dominio Ora)
- i simboli di funzione che definiscono:
  - funzioni standard tra elementi di domini (ad es., aritmetiche, su stringhe, etc.)
  - costanti che denotano elementi di domini (ad es., zero)

è sempre la stessa.

Difatti non vogliamo ridefinire nel sistema software che progetteremo:

- quali sono gli interi, le stringhe, le ore, etc.
- qual è la semantica delle relazioni tra elementi di domini (ad es., $\geq$)
- qual è la semantica dei campi dei domini composti (ad es., quale sia il valore del campo h di una particolare istanza del dominio ora)
- qual è la semantica delle funzioni aritmetiche (ad es., quanto vale $5 + 3$) e delle altre funzioni uso comune (ad es., qual è la lunghezza di una certa stringa).

Logica e realtà (4)

In corsi più avanzati vedrete come (e fino a quale limite!) si può estendere la logica per gestire al suo interno la semantica dei domini.

Ad esempio, vedrete come (e fino a quale limite!) rappresentare nella logica stessa il fatto che:

- l'estensione del predicato intero/1 debba contenere tutti e soli gli elementi di $\{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
- l'estensione del predicato $\geq$/2 debba contenere tutti e soli le coppie di interi per cui vale (davvero) $x \geq y$
- etc.

Logica e realtà (5)

In questo corso adottiamo una assunzione:

Semantica del Mondo Reale: Tutte le interpretazioni della formula Φ che definisce un diagramma delle classi devono definire:

- *l'estensione dei simboli di predicato che rappresentano:*
  - *domini*
  - *relazioni tra elementi di domini*
  - *la semantica dei campi di domini composti*
- *e l'estensione dei simboli di funzione che rappresentano:*
  - *funzioni standard tra elementi dei domini*
  - *costanti che denotano elementi di domini*

in modo consistente con la realtà.

Questa assunzione è al di fuori della logica: stiamo definendo un criterio (esterno alla logica!) che isola un sottoinsieme delle possibili interpretazioni.

Solo per queste interpretazioni ha senso chiedersi se siano modelli della formula Φ e quindi livelli estensionali legali per il diagramma.

Semantica di un diagramma delle classi: versione finale

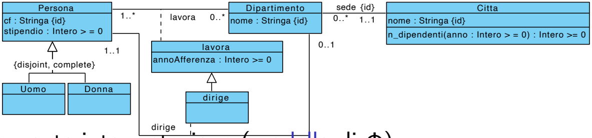
La formula Φ che definisce un diagramma delle classi esprime i vincoli che una interpretazione M che soddisfa la Semantica del Mondo Reale deve soddisfare affinché rappresenti un livello estensionale legale del diagramma.

Quindi:

$M \models \Phi$ e M soddisfa l'assunzione di Semantica del Mondo Reale	$\Longleftrightarrow$	M rappresenta un livello estensionale legale del diagramma delle classi.

Logica e Realtà: esempio

Consideriamo il seguente diagramma delle classi la cui formula Φ è stata già vista:



Sia M la seguente interpretazione (modello di Φ):

- Dominio di interpretazione
  $\mathcal{D} = \{$ $\boxed{\text{Apple}}$, 🏢, 2, $\boxed{\text{Hello!}}$, 0, 🚗, 💁, 5, 🍭, 3, 🐈, … $\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)={$\boxed{\text{Apple}}$, 🏢}
  - I(Dipar.)={2, $\boxed{\text{Hello!}}$}
  - I(lavora)={(2, $\boxed{\text{Apple}}$), ($\boxed{\text{Hello!}}$, $\boxed{\text{Apple}}$)}
  - I(intero)={🐈, 🚗, 3, 🍭, }
  - I(“intero ≥0”)={🐈, 🚗, 3, 🍭}
  - I(stringa)={0, 💁}
  - I(cf)={($\boxed{\text{Apple}}$, 0), (🏢, 💁)}
  - I(annoAff.)={($\boxed{\text{Apple}}$, 2, 🚗), ($\boxed{\text{Apple}}$, $\boxed{\text{Hello!}}$, 🍭)}
  - I(Citta)={5}
  - I(sede)={(5, 2), (5, $\boxed{\text{Hello!}}$)}
  - I(nome)={(2, 0), ($\boxed{\text{Hello!}}$, 💁), (5, 💁)}
  - I(≥)={(🍭, 🚗)}
  - …
- Interpretazione dei simboli di funzione:
  - I(+)={(🚗, 3)→🍭}
  - I(zero)=🐈

M non soddisfa la Semantica del Mondo Reale, quindi non verrà mai considerata.

Logica e Realtà: esempio

Sia M' la seguente interpretazione (modello di Φ):

- Dominio di interpretazione
  $\mathcal{D}$ = {💁, 🏢, 🚙, 🐈, Hello!, 2, Apple, 🍭, 5, 3, 0, …}
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)={💁, 🏢}
  - I(Dipar.)={🚙, 🐈}
  - I(lavora)={(🚙, 💁), (🐈, 💁)}
  - I(intero)={0, 2, 3, 5, , … tutti gli altri}
  - I(“intero $\geq$0”)={0, 2, 3, 5, … tutti gli altri}
  - I(stringa)={Hello!, Apple, … tutte le altre}
  - I(cf)={(💁, Hello!), (🏢, Apple)}
  - I(annoAff.)={(💁, 🚙, 2), (💁, 🐈, 5)}
  - I(Citta)={🍭}
  - I(sede)={(🍭, 🚙), (🍭, 🐈)}
  - I(nome)={(🚙, Hello!), (🐈, Apple), (🍭, Apple)}
  - $I(\geq)$={(5, 2), … tutte le altre coppie di interi (x, y) t.c. $x \geq y$}
  - …
- Interpretazione dei simboli di funzione:
  - $I(+)$={(2, 3)$\rightarrow$5, … tutte le altre terne $(x, y) \rightarrow z$ t.c. $x+y=z$}
  - I(zero)=0

M' soddisfa la Semantica del Mondo Reale (v. estensioni di Intero/1, $\geq$/2, Stringa/1, $+$/2)

Nota: L’estensione di “Intero $\geq$ 0”/2 è forzata da Φ a contenere tutti e soli gli elementi $d \in \mathcal{D}$ tali che Intero$(d) \wedge d \geq 0$.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it

Slides A.4.4 (S.A.4.4)

Analisi dei requisiti

Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale

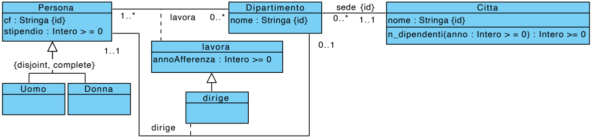
Vincoli Esterni

Versione 2024-02-08

Vincoli esterni al diagramma ER

Spesso è necessario imporre ulteriori vincoli di integrità, che non sono esprimibili direttamente in ER (business rules).

Esempio:



1. ogni direttore deve lavorare da ≥ 5 anni nel dipartimento che dirige
2. nessun impiegato può avere uno stipendio superiore a quello del direttore del suo dipartimento
3. il direttore in ogni dipartimento con sede a Roma deve avere almeno 10 anni di anzianità in quel dipartimento

Vincoli esterni al diagramma ER (2)

Abbiamo visto come i vincoli esterni vanno imposti in opportuni documenti di specifica.

In prima istanza possiamo usare asserzioni in linguaggio naturale. Esempio:

V.dirige.afferenza: Per ogni istanza $(p : Persona, d : Dipartimento)$ della assoc. dirige, l'istanza $(p : Persona, d : Dipartimento)$ della assoc. lavora deve avere un valore v per l'attributo annoAfferenza per cui vale: $v \leq annoCorrente - 5$.

V.Persona.stipendio: Per ogni istanza $(dir : Persona, dip : Dipartimento)$ della assoc. dirige e per ogni istanza $(p : Persona, dip : Dipartimento)$ della assoc. lavora relativa ad uno stesso dipartimento dip, siano: $stip_{\mathrm{dir}}$ il valore dell'attributo stipendio di dir e $stip_{\mathrm{p}}$ il valore dell'attributo stipendio di p. Deve essere: $stip_{\mathrm{dir}} \geq stip_{\mathrm{p}}$.

V.dirige.Roma: Per ogni coppia di istanze $(dir : Persona, dip : Dipartimento)$ della assoc. dirige e $(dip : Dipartimento, c : Citta)$ della assoc. sede relative ad uno stesso dipartimento dip, se l'istanza $c : Citta$ ha come valore dell'attributo nome la stringa "Roma", allora il valore a dell'attributo afferenza dell'istanza $(dir : Persona, dip : Dipartimento)$ della assoc. lavora deve essere tale che: $a \leq annoCorrente - 10$.

annoCorrente denota l'istanza del dominio intero che rappresenta l'anno corrente.

Vincoli esterni al diagramma ER (3)

I vincoli esterni ad un diagramma delle classi impongono ulteriori restrizioni ai livelli estensionali ammessi.

Negli esempi precedenti, per ogni vincolo esterno, abbiamo definito:

- un identificatore univoco (ad es., V.dirige.afferenza). In questo corso, definiamo identificatori dei vincoli della forma:

  $$\text{V.}\langle\text{costrutto diagramma}\rangle.\langle\text{nome vincolo}\rangle$$

  dove:
  - ⟨costrutto diagramma⟩ è il nome del (o di un) costrutto del diagramma delle classi (classe o associazione) al cui il vincolo si applica
  - ⟨nome vincolo⟩ è un breve nome evocativo del vincolo.
- una asserzione espressa in linguaggio naturale.

Vincoli esterni al diagramma ER (4)

Ogni vincolo esterno, con il suo identificatore, va definito o nella specifica di una classe/associazione, oppure in uno documento di specifica dei vincoli esterni.

L'uso del linguaggio naturale per esprimere i vincoli esterni è pericoloso, in quanto:

- potenzialmente ambiguo
- potenzialmente omissivo o contraddittorio
- in generale poco leggibile per vincoli complessi.

Ora vedremo come definire i vincoli esterni ad un diagramma delle classi mediante l'uso della logica del primo ordine opportunamente estesa.

Semantica dei vincoli esterni

Consideriamo la formula logica Φ che definisce la semantica di un diagramma delle classi.

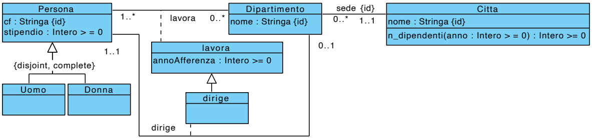
Possiamo esprimere un vincolo esterno mediante una formula logica ξ da mettere in and con Φ.

$M \models \Phi \land \xi$
e M soddisfa la
Semantica del Mondo Reale

$\iff$

M rappresenta un livello estensionale legale del diagramma.

Esempio



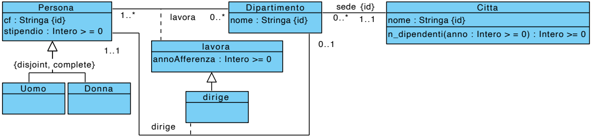
V.Persona.stipendio: Per ogni istanza (*dir* : *Persona*, *dip* : *Dipartimento*) della assoc. dirige e per ogni istanza (*p* : *Persona*, *dip* : *Dipartimento*) della assoc. lavora relativa ad uno stesso dipartimento *dip*, siano: $stip_{\mathrm{dir}}$ il valore dell'attributo stipendio di dir e $stip_{\mathrm{p}}$ il valore dell'attributo stipendio di p. Deve essere: $stip_{\mathrm{dir}} \geq stip_{\mathrm{p}}$.

V.Persona.stipendio:

$$\xi : \forall \mathrm{dir}, \mathrm{dip}, p, \mathrm{stip}_{\mathrm{dir}}, \mathrm{stip}_{\mathrm{p}} \; \big[\mathrm{dirige}(\mathrm{dir}, \mathrm{dip}) \wedge \mathrm{lavora}(p, \mathrm{dip}) \wedge \mathrm{stipendio}(\mathrm{dir}, \mathrm{stip}_{\mathrm{dir}}) \wedge \mathrm{stipendio}(p, \mathrm{stip}_{\mathrm{p}})\big] \rightarrow \mathrm{stip}_{\mathrm{dir}} \geq \mathrm{stip}_{\mathrm{p}}$$

dove abbiamo usato la notazione infissa per il simbolo di predicato $\geq/2$.

Esempio



V.Persona.stipendio:

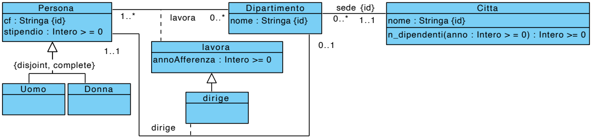
$$\xi : \forall \mathrm{dir}, \mathrm{dip}, p, \mathrm{stip_{dir}}, \mathrm{stip_p} \left[\mathrm{dirige}(\mathrm{dir}, \mathrm{dip}) \wedge \mathrm{lavora}(p, \mathrm{dip}) \wedge \mathrm{stipendio}(\mathrm{dir}, \mathrm{stip_{dir}}) \wedge \mathrm{stipendio}(p, \mathrm{stip_p})\right] \rightarrow \mathrm{stip_{dir}} \geq \mathrm{stip_p}$$

Consideriamo la seguente interpretazione I:

- Dominio di interpretaz. $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \chi, \ldots$ interi, stringhe$\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma\}$
  - I(lavora)$=\{(\alpha, \gamma), (\beta, \gamma)\}$
  - I(intero)$=\{$gli interi$\}$
  - I("intero ≥ 0")$=\{$gli interi non neg.$\}$
  - I(stringa)$=\{$le stringhe$\}$
  - I(stipendio)$=\{(\alpha, 60), (\beta, 40)\}$
  - I(dirige)$=\{(\alpha, \gamma)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma,$ 'Produz.'$), (\delta,$ 'Contab.'$)\}$
  - $I(\geq)=\{$le coppie (x, y) di interi tali che $x \geq y\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

L'interpretazione I soddisfa la Semantica del Mondo Reale ed è un modello di $\Phi \wedge \xi$: rappresenta quindi un livello estensionale legale per il diagramma.

Esempio



V.Persona.stipendio2: Per ogni istanza (dir : *Persona*, dip : *Dipartimento*) della assoc. dirige e per ogni istanza (p : *Persona*, dip : *Dipartimento*) della assoc. lavora (con $p \neq dir$) relativa ad uno stesso dipartimento dip, siano: $stip_{\mathrm{dir}}$ il valore dell'attributo stipendio di dir e $stip_{\mathrm{p}}$ il valore dell'attributo stipendio di p. Deve essere: $stip_{\mathrm{dir}} \geq stip_{\mathrm{p}} + 10$.

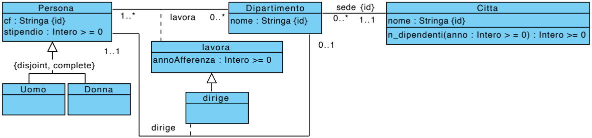
V.Persona.stipendio2:

$$\xi : \forall \mathrm{dir}, \mathrm{dip}, p, \mathrm{stip_{dir}}, \mathrm{stip_p} \left[\mathrm{dirige}(\mathrm{dir}, \mathrm{dip}) \wedge \mathrm{lavora}(p, \mathrm{dip}) \wedge p \neq \mathrm{dir} \wedge \mathrm{stipendio}(\mathrm{dir}, \mathrm{stip_{dir}}) \wedge \mathrm{stipendio}(p, \mathrm{stip_p})\right] \rightarrow \mathrm{stip_{dir}} \geq \mathrm{stip_p} + 10$$

dove occorrono i simboli di funzione $+/2$ (con notazione infissa) e $10/0$.

Tutte le interpretazioni che soddisfano la Semantica del Mondo Reale assegneranno il simbolo di funzione (costante) $10/0$ all'elemento $10 \in \mathcal{D}$ che rappresenta il "numero dieci"

Esempio



V.Persona.stipendio2:

$$\xi: \forall \mathrm{dir}, \mathrm{dip}, p, \mathrm{stip_{dir}}, \mathrm{stip_p} \; [\mathrm{dirige}(\mathrm{dir}, \mathrm{dip}) \wedge \mathrm{lavora}(p, \mathrm{dip}) \wedge p \neq \mathrm{dir} \wedge \mathrm{stipendio}(\mathrm{dir}, \mathrm{stip_{dir}}) \wedge \mathrm{stipendio}(p, \mathrm{stip_p})] \rightarrow \mathrm{stip_{dir}} \geq \mathrm{stip_p} + 10$$

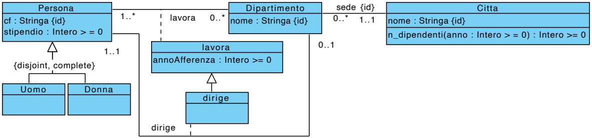
Consideriamo la seguente interpretazione I:

- Dominio di interpretaz. $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \chi, \ldots$ interi, stringhe$\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - $I(\mathrm{Pers.}) = \{\alpha, \beta\}$
  - $I(\mathrm{Dipar.}) = \{\gamma\}$
  - $I(\mathrm{lavora}) = \{(\alpha, \gamma), (\beta, \gamma)\}$
  - $I(\mathrm{stipendio}) = \{(\alpha, 60), (\beta, 40)\}$
  - $I(\mathrm{dirige}) = \{(\alpha, \gamma)\}$
  - $I(\geq) = \{(0,0), (1,0), (2,0), (2,1), \ldots, (60,50), \ldots\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione:
  - $I(+) = \{(0,0) \rightarrow 0, (0,1) \rightarrow 1, (1,0) \rightarrow 1, (0,2) \rightarrow 2, \ldots, (40,10) \rightarrow 50, \ldots\}$
  - $I(10) = 10$

L'interpretazione I soddisfa la Semantica del Mondo Reale ed è un modello di $\Phi \wedge \xi$: quindi rappresenta un livello estensionale legale per il diagramma.

Istante Corrente

Esempio:



V.dirige.afferenza: Per ogni istanza (p : *Persona*, d : *Dipart.*) della assoc. dirige, l'istanza (p : *Persona*, d : *Dipart.*) della assoc. lavora deve avere un valore v per l'attributo annoAfferenza per cui vale: $v \leq annoCorrente - 5$.

Per rappresentare l'istante corrente (da cui si può ricavare l'anno corrente), estendiamo il vocabolario con il simbolo di costante adesso/0.

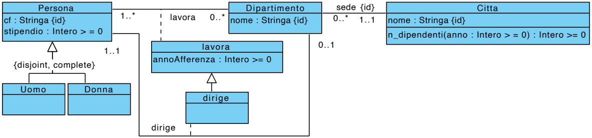
Per la Semantica del Mondo Reale, l'interpretazione di adesso/1 è fissata all'istanza del dominio DataOra (con campi data e ora) che denota l'istante corrente.

V.dirige.afferenza:

$$\xi: \ \forall p, \mathrm{dip}, \mathrm{v}, \mathrm{oggi}, \mathrm{annoOggi}\ \Big[\mathrm{dirige}(\mathrm{p}, \mathrm{dip}) \land \mathrm{annoAfferenza}(p, \mathrm{dip}, v) \land \mathrm{data}(\mathrm{adesso}, \mathrm{oggi}) \land \mathrm{anno}(\mathrm{oggi}, \mathrm{annoOggi})\Big] \rightarrow \mathrm{v} \leq \mathrm{annoOggi} - 5.$$

Istante Corrente

Esempio:



V.dirige.Roma: Per ogni coppia di istanze (dir : *Persona*, dip : *Dipartimento*) della assoc. dirige e (dip : *Dipartimento*, c : *Citta*) della assoc. sede relative ad uno stesso dipartimento dip, se l'istanza c : *Citta* ha come valore dell'attributo nome la stringa "Roma", allora il valore a dell'attributo afferenza dell'istanza (dir : *Persona*, dip : *Dipartimento*) della assoc. lavora deve essere tale che: $a \leq annoCorrente - 10$.

V.dirige.Roma:

$$
\begin{aligned}
\xi :\ & \forall p, \mathrm{dip}, \mathrm{c}, \mathrm{a}, \mathrm{oggi}, \mathrm{annoOggi} \\
& \big[\mathrm{dirige}(\mathrm{p}, \mathrm{dip}) \wedge \mathrm{sede}(\mathrm{dip}, \mathrm{c}) \wedge \mathrm{nome}(\mathrm{c}, \text{“Roma”}) \wedge \\
& \mathrm{annoAfferenza}(p, \mathrm{dip}, a) \wedge \mathrm{data}(\mathrm{adesso}, \mathrm{oggi}) \wedge \mathrm{anno}(\mathrm{oggi}, \mathrm{annoOggi})\big] \rightarrow \\
& \qquad \mathrm{a} \leq \mathrm{annoOggi} - 10.
\end{aligned}
$$

Semantica di un diagramma delle classi con vincoli esterni

La semantica di un diagramma delle classi definito da una formula in logica del primo ordine Φ ed equipaggiato con vincoli esterni espressi dalle formule $\xi_1, \ldots, \xi_n$ è definita come l'insieme dei modelli di $\Phi \wedge \xi_1 \wedge \cdots \wedge \xi_n$ che soddisfano la Semantica del Mondo Reale:

Quindi:

$M \models \Phi \wedge \xi_1 \wedge \cdots \wedge \xi_n$ e M soddisfa l'assunzione di Semantica del Mondo Reale $\iff$ M rappresenta un livello estensionale legale del diagramma.

La Semantica del Mondo Reale impone alle interpretazioni M di fissare l'interpretazione di tutti i simboli (di predicato e di funzione) in modo consistente con la realtà, ad eccezione dei simboli di predicato per:

- classi
- associazioni
- attributi
- operazioni

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it

Slides A.4.5 (S.A.4.5)

Analisi dei requisiti
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Specifiche di Operazioni di Classe o Use-Case

Versione 2024-02-08

Specifiche di use-case

Abbiamo visto che ogni classe del diagramma UML delle classi con operazioni ed ogni use-case nel diagramma UML degli use-case viene corredato da un documento di specifica, ad es.:

Specifica use-case nome_use-case

operazione$_1$(arg$_1$: T$_1$, . . . , arg$_n$: T$_n$) : T$_r$

precondizioni: pre-condizioni

postcondizioni: post-condizioni

operazione$_2$(arg$_1$: T$_1$, . . . , T$_m$: T$_m$) : T'$_r$

precondizioni: pre-condizioni

postcondizioni: post-condizioni

⋮

End

Specifiche di use-case (2)

La specifica di ogni singola operazione è del tipo:

> **operaz**$(\mathbf{arg}_1 : \mathbf{T}_1, \ldots, \mathbf{arg}_n : \mathbf{T}_n) : \mathbf{T}_{\mathbf{rit}}$
>
> precondizioni: pre-condizioni
>
> postcondizioni: post-condizioni

- segnatura: nome dell'operazione, nome e tipo degli eventuali argomenti (in caso di operazioni di classe, si considera un ulteriore argomento, l'oggetto di invocazione) e tipo dell'eventuale valore di ritorno
- precondizioni: condizioni sugli argomenti e sul livello estensionale del sistema che devono valere all'avvio dell'esecuzione dell'operazione, affinché il suo comportamento sia definito
- postcondizioni: condizioni sul livello estensionale del sistema che devono valere al termine dell'esecuzione dell'operazione (nel caso questa faccia side-effect) e definizione dell'eventuale valore di ritorno.

Specifiche di operazioni e linguaggio naturale

Come per la definizione dei vincoli esterni al diagramma delle classi, anche per la specifica delle operazioni l'uso del linguaggio naturale è pericoloso, in quanto:

- potenzialmente ambiguo
- potenzialmente omissivo
- potenzialmente contraddittorio
- in generale poco leggibile (soprattutto per operazioni di una certa complessità).

In questo corso daremo la specifica delle operazioni di classe e use-case in modo formale utilizzando la logica del primo ordine opportunamente estesa.

Specifiche Concettuali di Operazioni in Logica

Una operazione è definita dai seguenti input e output:

Input:

- Un livello estensionale dei dati (il livello estensionale corrente), formalizzabile come un modello M_{in} di $\Phi \wedge \xi_1 \cdots \wedge \xi_n$, dove:
  - Φ è la formula FOL che definisce il diagramma delle classi
  - $\xi_1 \cdots \wedge \xi_n$ sono le formule FOL che definiscono i vincoli esterni.

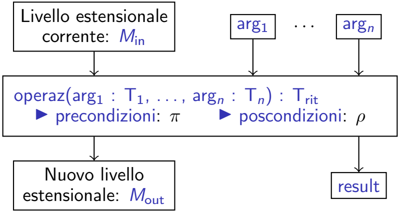
  M_{in} soddisfa la Semantica del Mondo Reale.
- Un valore (parametro attuale) per ogni argomento (parametro formale) presente nella segnatura, del relativo tipo

Output:

- Un valore del tipo di ritorno T_{rit} (se definito dalla segnatura)
- Un nuovo livello estensionale dei dati (nel caso l'operazione abbia side-effect), formalizzato come un nuovo modello M_{out} di $\Phi \wedge \xi_1 \cdots \wedge \xi_n$.
  Anche M_{out} soddisfa la Semantica del Mondo Reale.

Specifiche Concettuali di Operazioni in Logica

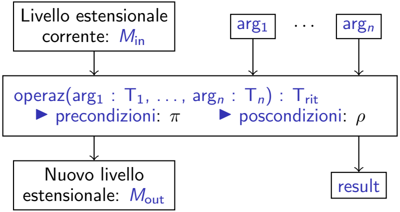
Una operazione è definita dai seguenti input e output:



result non è definito se l'operazione non ha alcun valore di ritorno

M_{out} è uguale ad M_{in} se l'operazione non ha side-effect sui dati

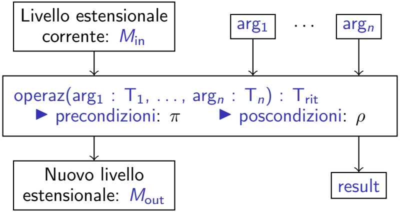
Specifiche Concettuali di Operazioni in Logica



Le precondizioni formalizzano, mediante una formula FOL π, i requisiti aggiuntivi che il modello M_{in} di $\Phi \wedge \xi_1 \cdots \wedge \xi_n$ e i valori degli argomenti (parametri attuali) devono soddisfare affinché l'operazione sia definita.

L'operazione è definita sul livello estensionale M_{in} e sui parametri attuali $\mathrm{arg}_1, \ldots, \mathrm{arg}_n$ $\iff$ $M_{\mathrm{in}}, \mathrm{arg}_1, \ldots, \mathrm{arg}_n \models \Phi \wedge \xi_1 \cdots \wedge \xi_n \wedge \pi \wedge T_1(arg_1) \wedge \cdots \wedge T_n(arg_n)$ e M_{in} soddisfa la Semantica del Mondo Reale

Specifiche Concettuali di Operazioni in Logica

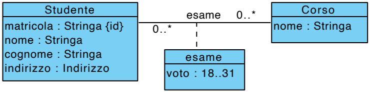


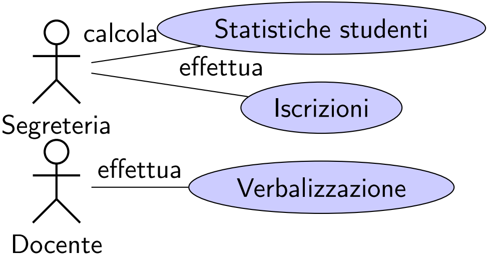
Le postcondizioni definiscono:

- in cosa il modello M_{out} differisce da M_{in}, in termini di:
  - elementi del dominio di interpr. $\mathcal{D}$ che esistono in M_{out}, ma non in M_{in} (nuove istanze di classi)
  - elementi del dominio di interpr. $\mathcal{D}$ che esistono in M_{in}, ma non in M_{out} (istanze di classi non più esistenti)
  - ennuple di predicati che esistono in M_{out}, ma non in M_{in}
  - ennuple di predicati che esistono in M_{in}, ma non in M_{out}
- il valore di ritorno result (in termini di M_{out} e/o M_{in})

Il soddisfacimento delle precondizioni π deve garantire che $M_{\text{out}} \models \Phi \wedge \xi_1 \cdots \wedge \xi_n$ e che quindi è ancora un livello estens. legale dei dati.

Esempio


Studente
matricola : Stringa {id}
nome : Stringa
cognome : Stringa
indirizzo : Indirizzo
esame
0..*
0..*
Corso
nome : Stringa
esame
voto : 18..31


calcola
Statistiche studenti
effettua
Iscrizioni
Segreteria
effettua
Verbalizzazione
Docente

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Verbalizzazione

verbalizzaEsame(s : Studente, c : Corso, v : [18,31])
precondizioni: L'istanza s non è coinvolta in alcuna istanza della assoc. esame con l'istanza c:

$$\neg \text{esame}(s, c).$$

postcondizioni:

End

Nella formula FOL, s e c sono variabili libere. La formula è valutata sul livello estensionale dei dati e sull'assegnamento delle variabili s e c ai valori (elementi del dominio di interpretazione) dati dai parametri attuali.

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Verbalizzazione

verbalizzaEame(s : Studente, c : Corso, v : [18,31])
precondizioni: L'istanza s non è coinvolta in alcuna istanza della assoc. esame con l'istanza c:

$$\neg \text{esame}(s, c).$$

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: Il livello estensionale dei dati al termine dell'esecuzione dell'operazione differisce da quello di partenza come segue:

Nuovi elementi del dominio di interpretazione : nessuno
Elementi del dominio di interpretazione che non esistono più : nessuno
Nuove ennuple di predicati:

- Alla relazione che interpreta il predicato esame viene aggiunta la coppia (s, c)
- Alla relazione che interpreta il predicato voto viene aggiunta la terna (s, c, v)

Ennuple di predicati che non esistono più: nessuna

Valore di Ritorno: nessuno.

End

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Verbalizzazione

verbalizzaEsame(s : Studente, c : Corso, v : [18,31])
precondizioni: L'istanza s non è coinvolta in alcuna istanza della assoc. esame con l'istanza c:

$$\neg \text{esame}(s, c).$$

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: Il livello estensionale dei dati al termine dell'esecuzione dell'operazione differisce da quello di partenza come segue:

Nuovi elementi del dominio di interpretazione : nessuno
Elementi del dominio di interpretazione che non esistono più : nessuno
Nuove ennuple di predicati:

- Alla relazione che interpreta il predicato esame viene aggiunta la coppia (s, c)
- Alla relazione che interpreta il predicato voto viene aggiunta la terna (s, c, v)

Ennuple di predicati che non esistono più: nessuna

Valore di Ritorno: nessuno.

End

O più semplicemente. . .

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Verbalizzazione

verbalizzaEsame(s : Studente, c : Corso, v : [18,31])
precondizioni: L'istanza s non è coinvolta in alcuna istanza della assoc. esame con l'istanza c:

$$\neg \text{esame}(s, c).$$

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: Il livello estensionale dei dati al termine dell'esecuzione dell'operazione differisce da quello di partenza come segue:

Elementi del dominio di interpretazione : invariati

Nuove ennuple di predicati:

- $\text{esame}(s, c)$
- $\text{voto}(s, c, v)$

Ennuple di predicati che non esistono più: nessuna

Valore di Ritorno: nessuno.

End

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Iscrizione

iscriviStudente(n : Stringa, c : Stringa, m : Stringa) : Studente
precondizioni: Non esiste un'istanza della classe Studente con il valore *m* per l'attributo matricola:

$$\neg\exists s \; \mathrm{Studente}(s) \wedge \mathrm{matricola}(s, m).$$

postcondizioni:

End

Nella formula FOL, *n*, *c* e *m* sono variabili libere. La formula è valutata sul livello estensionale dei dati e sull'assegnamento delle variabili *n*, *c* e *m* ai valori (elementi del dominio di interpretazione) dati dai parametri attuali.

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Iscrizione

iscriviStudente(n : Stringa, c : Stringa, m : Stringa) : Studente
precondizioni: Non esiste un'istanza della classe Studente con il valore *m* per l'attributo matricola:

$$\neg\exists s \text{ Studente}(s) \wedge \text{matricola}(s, m).$$

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: Il livello estensionale dei dati al termine dell'esecuzione della funzione differisce da quello di partenza come segue:

Nuovi elementi del dominio di interpretazione : α.
Elementi del dominio di interpretazione che non esistono più : nessuno
Nuove ennuple di predicati:

- Alla relazione che interpreta il pred. Studente/1 viene aggiunto α
- Alla relazione che interpreta il pred. nome/2 viene aggiunta (α, n)
- Alla relazione che interpreta il pred. cognome/2 viene aggiunta (α, c)
- Alla relazione che interpreta il pred. matricola/2 viene aggiunta (α, m)

Ennuple di predicati che non esistono più: nessuna

Valore di Ritorno: *result* $= \alpha$.

End

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Iscrizione

iscriviStudente(n : Stringa, c : Stringa, m : Stringa) : Studente

precondizioni: Non esiste un'istanza della classe Studente con il valore m per l'attributo matricola:

$$\neg\exists s\ \mathrm{Studente}(s) \land \mathrm{matricola}(s, m).$$

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: Il livello estensionale dei dati al termine dell'esecuzione della funzione differisce da quello di partenza come segue:

Nuovi elementi del dominio di interpretazione : α.
Elementi del dominio di interpretazione che non esistono più : nessuno
Nuove ennuple di predicati:

- Alla relazione che interpreta il pred. Studente/1 viene aggiunto α
- Alla relazione che interpreta il pred. nome/2 viene aggiunta (α, n)
- Alla relazione che interpreta il pred. cognome/2 viene aggiunta (α, c)
- Alla relazione che interpreta il pred. matricola/2 viene aggiunta (α, m)

Ennuple di predicati che non esistono più: nessuna

Valore di Ritorno: $\mathit{result} = \alpha$.

End

O più semplicemente...

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Iscrizione

iscriviStudente(n : Stringa, c : Stringa, m : Stringa) : Studente
precondizioni: Non esiste un'istanza della classe Studente con il valore *m* per l'attributo matricola:

$$\neg\exists s \text{ Studente}(s) \wedge \text{matricola}(s, m).$$

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: Il livello estensionale dei dati al termine dell'esecuzione della funzione differisce da quello di partenza come segue:

Elementi del dominio di interpretazione : un nuovo elemento α.
Nuove ennuple di predicati:

- Studente(α)
- nome(α, n)
- cognome(α, c)
- matricola(α, m)

Ennuple di predicati che non esistono più: nessuna

Valore di Ritorno: $result = \alpha$.

End

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Iscrizione

cambiaIndirizzoStudente(s : Studente, i : Stringa)
precondizioni: nessuna

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: Sia i_{old} il valore che, nel livello estensionale dei dati di partenza, rende vera la seguente formula: indirizzo(s, i_{old}).
Il livello estensionale dei dati al termine dell'esecuzione della funzione differisce da quello di partenza come segue:

Nuovi elementi del dominio di interpretazione : nessuno
Elementi del dominio di interpretazione che non esistono più : nessuno
Nuove ennuple di predicati: Alla relazione che interpreta il pred. indirizzo/2 viene aggiunta (s, i)
Ennuple di predicati che non esistono più: Alla relazione che interpreta il pred. indirizzo/2 viene eliminata (s, i_{old})

Valore di Ritorno: nessuno.

End

O più semplicemente. . .

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Iscrizione

cambiaIndirizzoStudente(s : Studente, i : Stringa)
precondizioni: nessuna

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: Sia i_{old} il valore che, nel livello estensionale dei dati di partenza, rende vera la seguente formula: $\text{indirizzo}(s, i_{\text{old}})$.
Il livello estensionale dei dati al termine dell'esecuzione della funzione differisce da quello di partenza come segue:

Elementi del dominio di interpretazione : invariati.
Variazioni nelle ennuple di predicati: $\text{indirizzo}(s, i)$, $\neg\text{indirizzo}(s, i_{\text{old}})$

Valore di Ritorno: nessuno.

End

Operazioni che Calcolano Valori

Abbiamo già visto un esempio di operazione di use-case le cui postcondizioni definiscono un semplice valore di ritorno.

Spesso abbiamo necessità di modellare operazioni i cui valori di ritorno sono calcolati in modo non banale.

Esempio

Specifica use-case Statistiche studenti

mediaVoti(s : Studente) : reale in [18,31]
precondizioni: L'istanza s è coinvolta in almeno un'istanza della assoc. esame:

$$\exists c \text{ esame}(s, c).$$

postcondizioni: result è la somma dei valori dell'attributo voto di tutte le istanze di assoc. esame definite nel livello estensionale nelle quali l'istanza s è coinvolta, diviso per il numero di tali istanze.

End

Operazioni che Calcolano Valori (2)

Assumiamo per un momento che il numero di esami sostenuti da uno studente sia fissato e pari a 2.

Potremmo definire le postcondizioni come segue:

mediaVoti(s : Studente) : reale in [18,31]
precondizioni: L'istanza s è coinvolta in almeno un'istanza della assoc. esame:

$$\exists c \ \text{esame}(s, c).$$

postcondizioni: result soddisfa la seguente formula:

$$\begin{aligned}
&\exists c_1, c_2, v_1, v_2 \\
&\quad c_1 \neq c_2 \wedge \text{esame}(s, c_1) \wedge \text{voto}(s, c_1, v_1) \wedge \text{esame}(s, c_2) \wedge \text{voto}(s, c_2, v_2) \wedge \\
&\qquad \text{result} = ((v_1 + v_2)/2)
\end{aligned}$$

result è l'unica variabile libera nella formula. Si noti che, data l'assunzione, è garantito che esistano valori per c_1, c_2, v_1, v_2 che soddisfano $c_1 \neq c_2 \wedge \text{esame}(s, c_1) \wedge \text{voto}(s, c_1, v_1) \wedge \text{esame}(s, c_2) \wedge \text{voto}(s, c_2, v_2)$.

Operazioni che Calcolano Valori (3)

La formula vista può generalizzarsi ad un qualunque numero di esami noto (noto al tempo in cui definiamo la specifica!)

Purtroppo, al momento in cui scriviamo la specifica, non sappiamo quanti esami ha sostenuto il generico studente s, quindi non sappiamo quante variabili $c_1, c_2, \ldots, v_1, v_2, \ldots$ utilizzare nella formula!

Noi adotteremo una soluzione semplice: estendiamo la logica del primo ordine per supportare:

- insiemi di assegnamenti di variabili
- operazioni insiemistiche ($\cap, \cup$, etc.)
- funzioni su insiemi (come $\sum$, $|\cdot|$, $\prod$, etc.)

Operazioni che Calcolano Valori (4)

Esempio:

mediaVoti(s : Studente) : reale in [18,31]
precondizioni: L'istanza s è coinvolta in almeno un'istanza della assoc. esame:
$\exists c\ \text{esame}(s, c)$.

postcondizioni:
Modifica del Livello Estensionale dei Dati: nessuna
Valore di Ritorno: Sia $C = \{(c, v) \mid \text{esame}(s, c) \wedge \text{voto}(s, c, v)\}$. Si ha:

$$result = \frac{\sum_{(c,v)\in C} v}{|C|}$$

- C è l'insieme di tutte le assegnazioni alle variabili (c, v) che rendono la formula $\text{esame}(s, c) \wedge \text{voto}(s, c, v)$ vera nel livello estensionale (se l'operazione fa side-effect, specifichiamo quale livello estensionale: di partenza o al termine dell'esecuzione).
- c e v sono le uniche variabili libere nella formula (oltre s, che però è assegnata al valore del parametro attuale dell'operazione). La formula, dati dei valori per c e v, è quindi vera o falsa.
- Il numeratore dell'espressione per result viene valutato alla somma dei valori delle componenti v di tutti gli elementi (coppie (c, v)) dell'insieme C.
- Il denominatore dell'espressione per result è la cardinalità di C.

Esempio

Specifica use-case Statistiche studenti (continua)

numMedioEsami() : reale ≥ 0
precondizioni: Il livello estensionale dei dati definisce almeno una istanza di classe Studente: $\exists s$ Studente(s).

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: nessuna

Valore di Ritorno: result è pari al numero di istanze di assoc. esame definite nel livello estensionale diviso per il numero di istanze di classe Studente. Formalmente, siano:

$$E = \{(s, c) \mid \text{esame}(s, c)\} \quad \text{e} \quad S = \{s \mid \text{Studente}(s)\}$$

gli insiemi, rispettivamente, di tutte le coppie (s, c) istanze della assoc. esame e di tutte le istanze della classe Studente. Si ha: result $= \frac{|E|}{|S|}$.

End

Estensioni alla logica: sommario

Utilizzeremo la logica dei primo ordine con le seguenti estensioni:

- Insiemi
  - Un insieme è definito a partire da una formula FOL φ aperta e consiste in tutte e sole le assegnazioni alle variabili libere di φ che rendono la formula vera.
  - Se l'operazione fa side-effect, specifichiamo, per ogni definizione di insieme, se φ va interpretata sul livello estensionale all'inizio o al termine dell'esecuzione dell'operazione.
- Funzioni su insiemi:
  - ...

Estensioni alla logica: sommario

Utilizzeremo la logica dei primo ordine con le seguenti estensioni:

- Insiemi
  - ...
- Funzioni su insiemi:
  - $\sum_{(a_1,\ldots,a_n)\in A} \psi(a_1,\ldots,a_n)$:
    La funzione valuta alla somma dei valori $\psi(a_1,\ldots,a_n)$ (per una qualche funzione ψ) per tutte le ennuple $(a_1,\ldots,a_n)$ nell'insieme A (insieme di n-ple).
  - $\prod_{(a_1,\ldots,a_n)\in A} \psi(a_1,\ldots,a_n)$:
    La funzione valuta al prodotto dei valori $\psi(a_1,\ldots,a_n)$ per tutte le ennuple $(a_1,\ldots,a_n)$ nell'insieme A.
  - $|A|$:
    La funzione valuta alla cardinalità dell'insieme A. La funzione può essere riscritta come: $\sum_{(a_1,\ldots,a_n)\in A} 1$ (come somma di un 1 per ogni ennupla di A).

Estensioni alla logica: sommario

Utilizzeremo la logica dei primo ordine con le seguenti estensioni:

- Insiemi
  - ...
- Funzioni su insiemi:
  - ...
  - $A \cup B$:
    La funzione valuta all'insieme unione degli insiemi A e B.
  - $A \cap B$:
    La funzione valuta all'insieme intersezione degli insiemi A e B.
  - $A - B$:
    La funzione valuta all'insieme differenza degli insiemi A e B, ovvero l'insieme contenente tutti e soli gli elementi di A che non sono anche elementi di B.

Estensioni alla logica: sommario

Utilizzeremo la logica dei primo ordine con le seguenti estensioni:

- Insiemi
  - ...
- Funzioni su insiemi:
  - ...
  - $\bigcup_{A \in \mathbb{A}} A$:
    La funzione valuta all'insieme unione degli insiemi elementi di $\mathbb{A}$ (dove $\mathbb{A}$ è un insieme di insiemi).
  - $\bigcap_{A \in \mathbb{A}} A$:
    La funzione valuta all'insieme intersezione degli insiemi elementi di $\mathbb{A}$ (dove $\mathbb{A}$ è un insieme di insiemi).